

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO : SISTEMAS EM PROCESSOS QUÍMICOS E
INFORMÁTICA

**MODELO ESTÁTICOS E DINÂMICOS PARA O CONTROLE DE COLUNAS
DE DESTILAÇÃO**

AUTOR : ROBERTO TADEU LOUREIRO [RESCK *rv/311*

ORIENTADOR : PROF. DR. MÁRIO DE JESUS [MENDES *t*

**Tese apresentada à Faculdade de Engenharia
Química como parte dos requisitos exigidos
para a obtenção do título de Mestre em
Engenharia Química.**

CAMPINAS - SP

1993

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

9309240

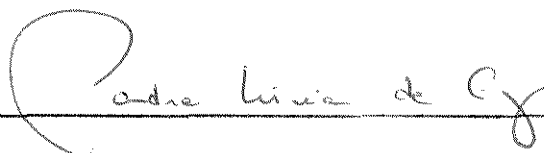
Tese defendida e aprovada , em 25 de fevereiro de 1993,
pela banca examinadora constituída pelos professores :



Prof. Dr. Mário de Jesus Mendes



Prof. Dra. Maria Teresa Moreira Rodrigues



Prof. Dra. Sandra Lúcia da Cruz

Aos meus familiares, com estima,
pela paciência e contribuição durante este período .

AGRADECIMENTOS

A Deus por solidificar em mim a certeza de que quanto mais conhecimentos adquirimos, mais teremos a aprender .

Ao Prof. Dr. Mário de Jesus Mendes pela orientação e por toda atenção dispensada .
conhecimentos adquirimos, mais teremos a aprender .

Aos meus familiares que, durante toda a minha vida, forneceram-me todos os tipos de incentivos, para a realização dos meus ideais profissionais .

A CAPEs e a FAEP pelo auxílio financeiro que permitiu a realização deste trabalho .

RESUMO

O controle de colunas de destilação, geralmente, recorre a modelos estáticos short-cut e modelos dinâmicos reduzidos para o projeto de controle destes equipamentos. Neste estudo, avaliou-se os modelos estáticos short-cut pela eficiência das malhas de controle por antecipação em manter o fator de separação em seu valor especificado; isto porque, a expressão analítica dos controladores estáticos, utilizados por estas malhas, é derivada destes modelos estáticos. Por outro lado, analisou-se o modelo dinâmico reduzido genérico, proposto por Skogestad e Morari, através da comparação das respostas fornecidas por tais modelos, para uma dada variação nos fluxos externos ou internos da coluna, com as respostas fornecidas por um modelo dinâmico rigoroso. Desta comparação, verificou-se a necessidade do aperfeiçoamento do modelo proposto pelos autores, para determinadas colunas estudadas neste trabalho. Também, foi mostrada a aplicabilidade dos modelos estáticos short-cut na obtenção dos ganhos estáticos e dos modelos dinâmicos reduzidos na obtenção de parâmetros essenciais ao projeto de sistemas de controle multivariáveis, formados por malhas de controle feedback. Sendo que, os parâmetros estudados são representativos da intensidade das interações entre estas malhas e da sensibilidade destas malhas aos erros de modelagem e as mudanças nas condições de operação da coluna de destilação.

ABSTRACT

Static short-cut and reduced order dynamic models are normally used for the design of control systems for distillation columns. In this work we evaluated the known static short-cut separation factor of the columns. On the other hand, we analyzed the generic reduced dynamic model of Skogestad and Morari, comparing the response of this model for variations in external and internal fluxes with the one obtained through a rigorous tray-by-tray model. This comparison has shown the necessity of improving the reduced model, leading to a more general one, of the same degree of complexity.

We also analysed the applicability of the static short-cut models for calculation of the static gains and that of reduced dynamics models for calculation of those parameters needed for the design of feedback control systems : interaction between loops, robustness of the controller relative to mismodeling and changes in the operation conditions of the column .

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - Introdução	1
1.1 - Considerações Gerais sobre o Controle de Processos	2
1.2 - Classificação das Estratégias de Controle	5
1.3 - Modelagem de Colunas de Destilação Binárias Simples	8
1.3.1 - Modelagem Dinâmica	11
1.3.2 - Modelagem Estática	13
1.4 - Tipos de Configurações de Controle Clássico	14
 CAPÍTULO 2 - Modelos Estáticos Short-Cut	 18
2.1 - Introdução	19
2.2 - Apresentação dos Modelos	20
2.3 - Análise da Aplicação dos Modelos Estáticos Short-Cut ao Controle Feedforward de Colunas de Destilação	26
2.3.1 - Algoritmos de Controle Feedforward	26
2.3.1.1 - Determinação do Controlador Feedforward Estático	29
2.3.2 - Malha de Controle Feedforward.	30
2.3.3 - Cálculo do Desvio Percentual Absoluto do Fator de Separação Binário Estacionário	32
2.3.4 - Resultados	33
2.4 - Conclusões	38

CAPÍTULO 3 - Modelo Dinâmico Reduzido	39
3.1 - Introdução	40
3.2 - Modelo Dinâmico Reduzido	41
3.2.1 - Cálculo dos Ganhos Estáticos	45
3.2.2 - Cálculo da Constante de tempo dos Fluxos Externos	46
3.2.3 - Cálculo da Constante de tempo dos Fluxos Internos	48
3.3 - Análise da Validade do Modelo Dinâmico Reduzido	50
3.4 - Modelo Dinâmico Reduzido Aperfeiçoado	56
CAPÍTULO 4 - Aplicações	61
4.1 - Introdução	62
4.2 - Ganhos Estáticos Calculados com Modelos Estáticos Short-Cut	64
4.2.1 - Resultados	69
4.2.2 - Avaliação dos Resultados	70
4.3 - Número de Condição Mínimo	70
4.3.1 - Resultados	85
4.3.2 - Conclusões	92
4.4 - Sistemas de Controle Desacoplados	94
CAPÍTULO 5 - Conclusões Gerais	97

ANEXO1 - Modelo Dinâmico Rigoroso e Ganhos Estáticos e Constantes de Tempo de Diversas Colunas de Destilação Binárias Simples	101
ANEXO 2 - Fluxograma do Cálculo Numérico da Integração das Equações Diferenciais Ordinárias e do Cálculo dos Zeros Otimizados dos Modelos Dinâmicos Reduzidos	108
ANEXO 3 - Fluxograma do Cálculo, para determinadas Configurações de Controle Clássico Dual, dos Ganhos Estáticos, dos Ganhos Relativos e dos Números de Condição Mínimo, Iniciais e Finais	110
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	112
NOMENCLATURA	116

1. INTRODUÇÃO

1.1 - Considerações Gerais sobre o Controle de Processos

O projeto de sistemas de controle segue dois passos essenciais : a especificação dos objetivos do sistema de controle e a seleção da configuração de controle mais adequada. O primeiro passo está intrinsecamente relacionado ao objetivo básico da operação da planta do processo, que é o de maximizar os lucros pela obtenção dos produtos com o mínimo de custo de produção. Para isso, alguns critérios importantes, tais como, a operação da planta dentro dos limites de segurança, a regulação das condições ambientais, a concordância da qualidade do produto e da taxa de produção com as especificações do produto, o mínimo de danos a natureza e as restrições operacionais devem ser observados.

O segundo passo é determinado pela escolha das variáveis controladas, manipuladas e medidas. Sob o ponto de vista de controle, as variáveis controladas são as saídas do processo, as variáveis manipuladas são as entradas do processo e as variáveis utilizadas como medidas do processo podem ser as entradas ou as saídas do processo. Para a seleção das variáveis controladas cinco diretrizes, resultantes da observação dos objetivos da planta e do controle, foram sugeridas [1,2] :

- Selecionar saídas que não sejam auto-reguladoras ;
- Escolher saídas que possam exceder as restrições operacionais ;
- Selecionar saídas que representem explicitamente a qualidade do produto ou a afetem fortemente ;

- Escolher saídas que interajam fortemente com as outras variáveis controladas, por exemplo, a pressão do fluxo de saída de um refulvedor que abasteça várias unidades ;

- Escolher saídas com características estáticas e dinâmicas favoráveis ; a primeira característica é representada pela magnitude do efeito da variável manipulada sobre a variável controlada (ganho estático), que deve ser o maior possível e a segunda, é o tempo de resposta da variável controlada á mudança na variável manipulada, que deve ser o menor possível .

Para a seleção das variáveis manipuladas , baseadas nos objetivos da planta e do controle, quatro diretrizes foram sugeridas [1,2]:

- Selecionar entradas que tenham forte efeito sobre as saídas (ganhos estáticos elevados) ;

- Escolher entradas que afetem as saídas rapidamente ;

- Os entradas devem agir diretamente sobre as saídas ;

- Evitar a reciclagem de distúrbios pela manipulação de correntes de entradas ou de ciclos que estejam sujeitos a distúrbios .

As diretrizes anteriores não devem ser tomadas como regras inflexíveis e definitivas, pois, dependendo do processo, elas podem ser conflitantes entre si. Por exemplo , determinado par (variável controlada-variável manipulada) pode apresentar um ganho estático elevado, mas um tempo de resposta muito lento; neste caso, as diretrizes, que dizem respeito às características estáticas e dinâmicas do processo, não poderiam ser atendidas em conjunto e a escolha ou a exclusão deste par de variável , seguiria a diretriz que atendesse melhor aos objetivos da planta.

A seleção das entradas e saídas a serem medidas seguirá a seguintes diretrizes [3] :

- As medidas devem ser reais e corretas para um controle com bom desempenho ; Hughart e Kominek [4] destacam que os problemas resultantes de medidas incorretas, podem ser resolvidos na fase de projeto do processo, mas será difícil a implementação de melhorias após o processo estar em operação ;

- A seleção da localização dos pontos de medidas dependerá do grau de sensibilidade destes às alterações nas variáveis-mensuráveis;

- A localização do ponto de medida das variáveis deve resultar em condições dinâmicas favoráveis, ou seja, o tempo decorrido entre o instante em que ocorre a alteração na variável de medida e a sua detecção pelos instrumentos deve ser o menor possível.

A escolha das configurações de controle individuais, de processos de múltiplas entradas e múltiplas saídas (sistema de controle MIMO) apresenta um problema adicional, as interações entre as malhas de controle. Se estas interações forem muito intensas, o controle das variáveis poderá tornar-se impraticável. Portanto, para processos com multi-malhas de controle, a previsão das interações entre as malhas é fundamental para o projeto do sistema de controle global. Os parâmetros, para avaliação da intensidades das interações, serão apresentados posteriormente.

1.2 - Classificação das Estratégias de Controle

As estratégias de controle são classificadas de acordo com a escolha das variáveis de medida e da forma de utilização destas no controle do processo. No controle clássico feedback (realimentação) a variável controlada é medida e utilizada, diretamente, para o ajuste da variável manipulada. Uma vantagem inerente da estratégia feedback é a independência da ação corretiva das medidas dos distúrbios do processo. Entretanto, como a correção da variável controlada ocorre, somente, após esta ser desviada do seu valor desejado (set point), não é possível um controle perfeito do processo. A representação na forma de diagrama de blocos da malha de controle feedback da variável C pela manipulação de M é dada por :

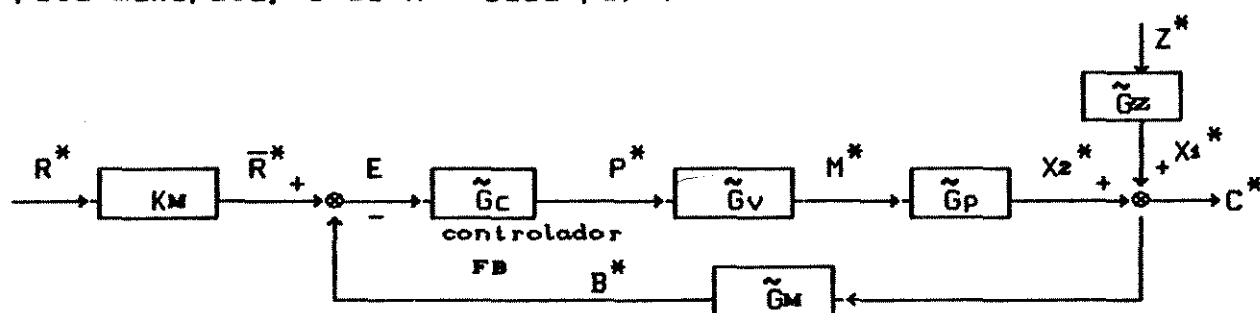


Figura 1.1 : Diagrama de blocos de controle feedback (FB) .

$$C^* = \frac{\tilde{G}_Z}{1 + G_{OL}} Z^* + \frac{K_m \tilde{G}_c \tilde{G}_v \tilde{G}_p}{1 + G_{OL}} R^* \quad (1.1)$$

onde, $G_{OL} = \tilde{G}_c \tilde{G}_v \tilde{G}_p \tilde{G}_m$ (função de transferência da malha aberta) ;

\tilde{G}_c = função de transferência do controlador FB ;

\tilde{G}_p = função de transferência do processo ;

\tilde{G}_v = função de transferência da válvula ;

\tilde{G}_z = função de transferência do distúrbio ;

R^* = set point ;
 \bar{R}^* = set point interno ;
 C^* = variável controlada ;
 M^* = Variável manipulada ;
 Z^* = Variável distúrbio ;
 P^* = saída do controlador FB ;
 E = sinal do erro ;
 X_1^* = mudança na variável C^* devido ao distúrbio ;
 X_2^* = mudança na variável C^* devido à variável manipulada ;
 \tilde{G}_M = função de transferência do sensor e do transdutor de
 $C^* = K_M$;
 B^* = valor de C^* medido (para o uso do controlador) ;
 K_M = ganho estático de \tilde{G}_M ;

Observação :- A equação (1.1) é uma representação do processo, sob controle feedback, através de funções de transferência. Estas funções são uma forma algébrica de representar a relação dinâmica entre as saídas e entradas do processo. Para a obtenção destas funções aplica-se o método matemático da transformada de Laplace [5,6] ao modelo dinâmico linearizado do processo. A função de transferência possui as vantagens de representar o processo de forma independente das suas condições iniciais e da escolha do tipo de mudança nas entradas (tipo de função esforço). Além disso, quando escrita na forma padrão, ela apresenta explicitamente as propriedades dinâmicas fundamentais do processo.

Para um medidor com dinâmica rápida ($\tilde{G}_M = K_M$) a malha de controle é denominada, malha de controle por realimentação unitária .

Para malhas com controladores PID (proporcional-integral e derivativo) a função de transferência do controlador é dada por:

$$\tilde{G}_c = K_c (1 + 1/\tau_i . s + \tau_d . s) \quad (1.2)$$

onde, K_c = ganho do controlador (geralmente adimensional) ;

τ_i = constante de tempo integral (unidade de tempo) ;

τ_d = constante de tempo derivativa (unidade de tempo) ;

s = variável do domínio de Laplace ;

Os parâmetros K_c , τ_i e τ_d , específicos de cada processo, são obtidos por vários tipos de aproximações [3], tais como, método de síntese direta, controle com modelo interno, relações de sintonização, técnicas da resposta em frequência, simulações computacionais utilizando modelos com base físicas e simulações de campo, após a instalação do sistema de controle.

No controle Feedforward (antecipação) os distúrbios são as variáveis medidas e são utilizadas para o ajuste da variável manipulada; conseqüentemente, a ação de controle seria tomada antes da alteração da variável controlada. Do ponto de vista teórico, esta estratégia seria capaz de manter a variável controlada no seu setpoint, pois, os efeitos dos distúrbios ocorridos no processo seriam cancelados antes de afetarem a variável controlada. Entretanto, como os algoritmos de controle feedforward são elaborados com modelos aproximados do processo, não é possível um controle perfeito do processo. Além disso, frequentemente, os distúrbios são vários e de diferentes fontes, tornando insatisfatória a aplicação desta estratégia de controle, isoladamente. Assim sendo, nas aplicações industriais, o controle feedforward é normalmente usado em conjunto com o controle

feedback, com o primeiro corrigindo a ação dos principais distúrbios mensuráveis e o segundo corrigindo a ação dos distúrbios não mensuráveis e as eventuais aproximações da ação feedforward. O diagrama de blocos do controle Feedforward de C pela manipulação de M é dado por :

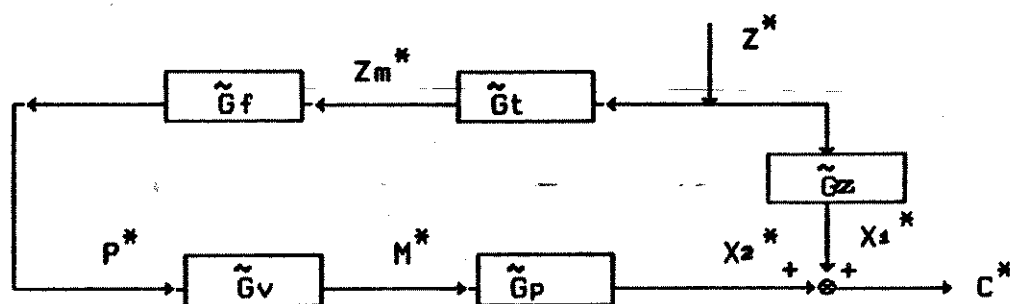


Figura 1.2 : Diagrama de blocos do controle Feedforward (FF) .

$$C^* = G_z.L^* + \tilde{G}_p\tilde{G}_v\tilde{G}_t\tilde{G}_f.Z^* \quad (1.3)$$

onde, \tilde{G}_t = função de transferência do transmissor ;

\tilde{G}_f = Função de transferência do controlador feedforward ;

Da equação (1.3) obtém-se imediatamente a expressão para a função de transferência do controlador feedforward ideal ($C^* = 0$) :

$$\tilde{G}_f = - \tilde{G}_z / (\tilde{G}_t.\tilde{G}_v.\tilde{G}_p) \quad (1.4)$$

1 . 3 - Modelagem de Colunas de Destilação Binárias Simples

Após os objetivos do controle terem sido formulados, o passo seguinte é a modelagem aproximada da coluna , visando três objetivos principais [3] : servir de base para métodos de projeto dos controladores clássicos; ser incorporada diretamente à lei de

controle, sendo este o ponto inicial de muitas técnicas de controle avançado; também, proporcionar o desenvolvimento de simulações computacionais do processo para permitir a exploração de estratégias de controle alternativas e o cálculo preliminar dos valores dos "settings" dos controladores.

A modelagem aproximada, da coluna representada pela Figura 1.3, possui um fundamento teórico, ou seja, baseia-se nas leis de conservação de massa e energia e partirá das seguintes simplificações :

1 - Volatilidade relativa constante e fluxos molares constantes ;

2 - As fases líquida e vapor estão em equilíbrio e a mistura dos componentes em cada fase é perfeita, para todos os estágios; portanto, a composição de um componente em uma fase pode ser correlacionada a sua composição na outra fase através de equações termodinâmicas de equilíbrio líquido vapor (EQL);

3 - Não há variação no holdup de vapor, nem no holdup de líquido em todos os estágios, ou seja, as respostas às variações nas taxas de vapor injetado na base da coluna (dV_b) e do condensado que retorna a coluna (dL_t) são imediatas, ou seja, $dV_t = dV_b$ e $dL_b = dL_t$. Estas simplificações resultam na inexistência de fluxos dinâmicos, ou seja, a dinâmica dos fluxos não é função do tempo. Portanto, a dinâmica da coluna pode ser descrita pela dinâmica das composições de saída da coluna .

As colunas de destilação estudadas, neste trabalho, podem ser representadas esquematicamente como mostra a figura 1.3 :

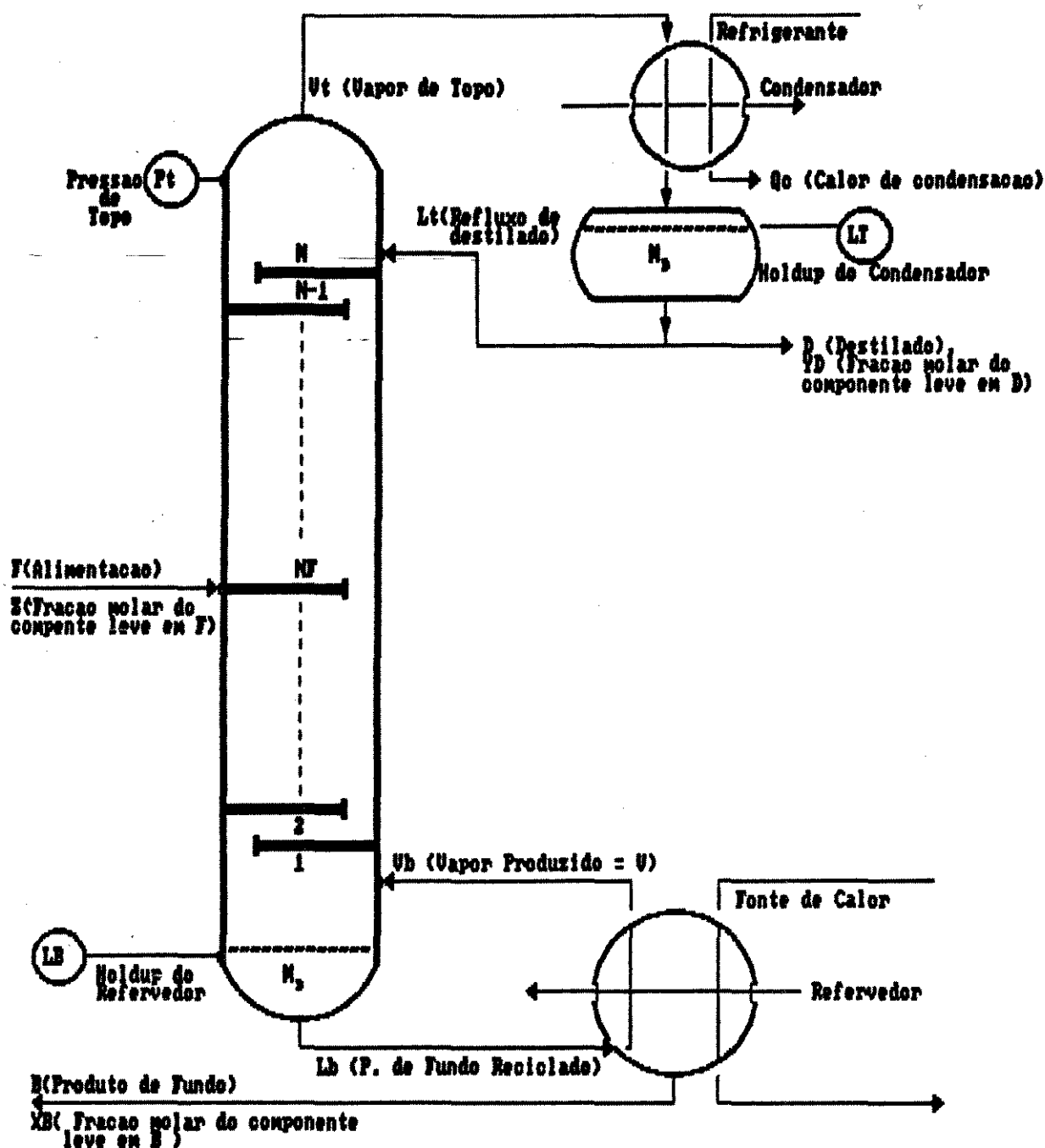


Figura 1.3 : Coluna de Destilação Simples com Alimentação Binária e Condensador Total, com cinco pares de Variáveis Controladas-Variáveis Manipuladas .

1.3.1 - Modelagem Dinâmica

O modelo da coluna de destilação, representada pela figura 1.3, de acordo com as três simplificações anteriores, é obtido pela aplicação do balanço de massa a cada estágio da coluna, considerando o refeedor como primeiro estágio e o condensador total como estágio $(n + 1)$ -ésimo. Teremos então $(n + 1)$ equações diferenciais ordinárias (EDOs) não lineares, ou seja, um modelo de $(n + 1)$ -ésima-ordem. Dessa forma, para obtermos o perfil aproximado da dinâmica da coluna seria necessário integrarmos simultaneamente as $(n + 1)$ EDOs não lineares. A integração das EDOs não lineares é feita por métodos numéricos (por exemplo, Método de Runge-Kutta de 4a. ordem); entretanto, o tempo computacional para solução numérica das EDOs é bastante significativo, tornando inviável a aplicação deste modelo à proposta de controle clássico em tempo real. Por outro lado, o modelo pode ser resolvido analiticamente pela aplicação da técnica da transformada de Laplace; mas este método matemático somente se aplica a EDOs lineares. Entretanto, para o projeto de controladores feedback, o mais importante é o conhecimento da dinâmica inicial. Dessa forma, poderemos aproximar o modelo não linear por um linear, pois a resposta dinâmica do processo, inicialmente, é linear [7]. Portanto, o modelo não linear pode ser linearizado e, para isto, aplicaremos a técnica matemática da expansão das EDOs na série de Taylor [3], truncada nos termos de primeira ordem - Anexo 1 - dada por :

$$\dot{X}^*(t) = A \cdot X^* + B \cdot U^* \quad (1.5a)$$

$$Y^*(t) = C \cdot X^* \quad (1.5b)$$

Após a aplicação da transformada de Laplace às EDOs linearizadas, obteremos o modelo do processo em malha aberta (sem controle), no domínio de Laplace, representado por :

$$Y^*(s) = \tilde{G}(s).U^*(s) \quad (1.6)$$

$$\tilde{G}(s) = C.(I.s - A)^{-1}.B \quad (1.7)$$

onde, $\tilde{G}(s)$ = Matriz das funções de transferência de YD e XB em relação à L e V ;

$$Y^* = [YD^*, XB^*]^T \quad \text{e} \quad X = [X_1, X_2, \dots, X_{N+1}]^T,$$

$$U = [L^*, V^*]^T \quad \text{e} \quad I = \text{matriz identidade de ordem}$$

$(N+1) \times (N+1)$;

Observações: - As expressões analíticas do cálculo dos elementos das matrizes A, B e C - equação (1.6) - encontram-se no anexo 1 ;

- Os polos da equação (1.7), as raízes do denominador, podem ser encontrados através dos valores próprios da matriz A [8] e são independentes do local de medida da composição e iguais para qualquer tipo de entrada ou distúrbio e, também, o número total de polos, igual ao número de EDOs, é a ordem da função de transferência;

- Os zeros da equação (1.7), as raízes do numerador, dependem da forma de variação nas entradas do processo .

A análise da equação (1.6), juntamente, com as observações anteriores, mostra claramente que este modelo analítico é muito complexo para propostas de controle clássico. Entretanto, como sabemos da literatura [3], estes modelos de ordem elevada podem ser aproximados por modelos dinâmicos de ordem reduzida, sendo que, para colunas de destilação, o modelo dinâmico reduzido deve possibilitar a avaliação de fatores essenciais ao controle feedback, tais como, respostas inversas, a avaliação da

intensidade das interações entre as malhas de controle e a sensibilidade das malhas de controle aos erros de modelagem. A avaliação destes modelos dinâmicos reduzidos será feita no capítulo 3 pela sua comparação com os modelos de ordem superior. Para isto, utilizaremos os dados de projeto e das condições operacionais estacionárias de várias colunas de destilação, encontradas na literatura [7]; estes dados encontram-se na Tabela 1.1.

1 . 3 . 2 - Modelagem Estática

O modelo estático da coluna de destilação, representada pela figura 1.3, pode ser obtidos das equações diferenciais ordinárias (anexo 1), simplesmente, através da igualdade do termo de acúmulo de massa de cada estágio à zero. Entretanto , estes modelos não se aplicam diretamente a formulação das leis de controle, mas podem ser usados para a estimativa de parâmetros essenciais ao projeto de controle clássico, tais como, o ganho estático das composições de saída. Nesta tese, avaliou-se a aplicabilidade dos modelos estáticos short-cut , ou seja, dos modelos do fator de separação (S). Estes modelos podem ser utilizados diretamente na formulação de leis de controle por antecipação, pois correlacionam de forma explícita e simples as variáveis manipuladas aos distúrbios ocorridos na composição e no fluxo da alimentação. A avaliação destes modelos, realizada no capítulo 2, dar-se-á através da obtenção de algoritmos de controle feedforward que maximizem os lucros da planta através da minimização do consumo de energia. E, como o consumo de energia

estando diretamente ligado à produção de vapor; a variável manipulada escolhida foi o fluxo de vapor injetado na base da coluna - V_b .

1.4 - Tipos de Configurações de Controle Clássico

A escolha da configuração de controle segue as diretrizes citadas no item 1.1. Dessa forma, se considerarmos a a coluna de destilação, representada pela figura 1.3, as variáveis controladas serão Y_D , X_B , L_T , L_B e P_t . Como destas variáveis, as relacionadas diretamente à qualidade do produto e, portanto, aos objetivos econômicos da planta são Y_D e X_B , estas serão as variáveis controladas escolhidas. As outras variáveis controladas, L_t , L_b e P_t são consideradas sob controle perfeito, ou seja, estas variáveis são mantidas em seus set point, durante todo o tempo. Segundo as mesmas diretrizes do item 1.1, as variáveis manipuladas serão D , V , L , B e Q_c . A última variável, segundo Shinskey [9], não é utilizada para o controle da composição, parecendo ser isto uma regra universal. Por outro lado, do balanço de massa global da coluna, verificamos que qualquer variação em D é simetricamente igual à B ($dD = -dB$), uma vez que estamos considerando a inexistência de fluxos dinâmicos e a inexistência de distúrbios em F e Z . Portanto, estas variáveis não poderão ser utilizadas em conjunto para o controle das composições (Y_D e X_B). Consequentemente, o número de variáveis manipuladas serão três, resultando em seis configurações de controle possíveis. Entretanto, este número pode

ser expandido, como propõe Shinskey [9], se trabalharmos com a razão entre aquelas variáveis manipuladas, resultando em seis razões, D/V , D/L , V/L , D/B , V/B , e L/B . Novamente, a razão D/B deve ser excluída, pois estas variáveis não são independentes entre si. Além disso, verifica-se do balanço de massa do topo da coluna que as três primeiras razões não são independentes; portanto, não podem ser usadas separadamente. Mas, analisando o modelo de separação proposto por Douglas [10], verificamos que podemos usar o fator de separação [11] - S - para representar uma das três primeiras razões, pois " S " é uma função explícita de D/L . Das considerações anteriores, chegamos a seis possíveis variáveis manipuladas, S (L/D ou D/V ou L/V), D/F ou B/F , L/F , V/F , L/B e V/B . Se trabalharmos com sistemas de controle multi-malhas, teremos um sistema de controle global 2×2 , ou seja, duas variáveis controladas e duas variáveis manipuladas. A escolha das duas variáveis manipuladas, entre as seis variáveis anteriores, dependerá das características específicas de cada coluna de destilação e deverá resultar em malhas de controle que, praticamente, não interajam entre si. Isto porque, estas interações dificultariam a sintonização individual dos parâmetros dos controladores e, também, tornariam o sistema de controle fortemente sensível aos erros de modelagem ou às variações temporais das características operacionais da coluna, enfatizando que, na estratégia de controle feedback, os efeitos iniciais das interações são os que interessam para o projeto do sistema de controle dual da coluna. No capítulo 4, através do cálculo do ganho relativo inicial [7] - $\lambda(t=0)$ e do número de condição inicial [7] - $\gamma^*(t=0)$, poderemos avaliar a intensidade das

interações entre as malhas de controle e, conseqüentemente, os seus efeitos sobre a eficiência do controle simultâneo de YD e XB . Neste ponto, é importante destacar que os modelos dinâmicos reduzidos são de grande utilidade para o cálculo de λ e γ^* iniciais, como veremos no capítulo 3.

Podemos representar o sistema global de controle clássico dual pelo diagrama de blocos abaixo:

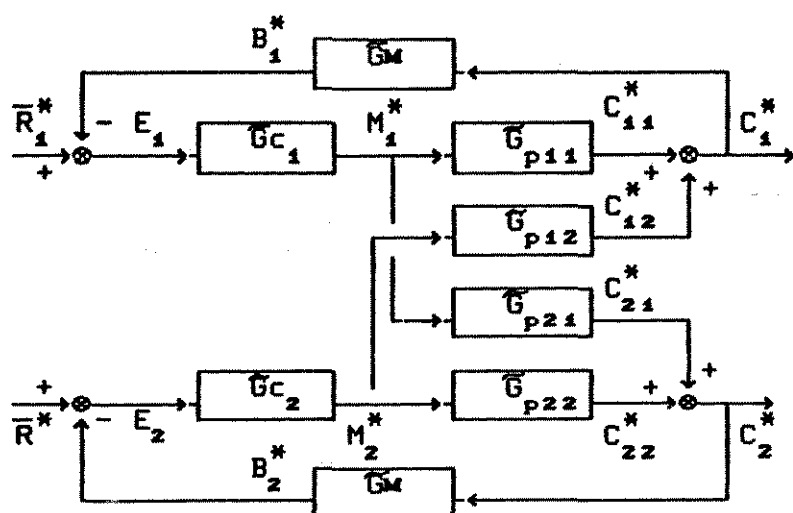


Figura 1.4: Sistema de Controle Dual Interagente(C_1-M_1/C_2-M_2).

Onde, \tilde{G}_{p12} = função de transferência da interação de M_2^* com C_1^* ;

\tilde{G}_{p21} = função de transferência da interação de M_1^* com C_2^* ;

\tilde{G}_{p11} = função de transferência da malha 1 - C_{11}^*/M_1^* ;

\tilde{G}_{p22} = função de transferência da malha 2 - C_{22}^*/M_2^* ;

\tilde{G}_{c1} = função de transferência do controlador feedback da malha de controle 1;

\tilde{G}_{c2} = função de transferência do controlador feedback da malha de controle 2;

C_1^* e C_2^* = YD^* e XB^* , respectivamente;

M_1^* e M_2^* = representam uma das seis variáveis manipuladas, citadas anteriormente;

\bar{R}_1^* e \bar{R}_2^* =representam os setpoint de YD e XB, respectivamente;
 E_1 e E_2 = representam os erros da malha 1, $\bar{R}_1^* - B_1^*$ e da
alha 2, $\bar{R}_2^* - B_2^*$, respectivamente .

As Configurações de Controle Clássico Dual são dadas
pela escolha de M_1 e M_2 da seguinte forma :

V. CONTROLADORAS DE YD(C ₁) E XB(C ₂)		CONFIGURAÇÕES DE CONTROLE		
M ₁	M ₂	C ₁ -M ₁ /C ₂ -M ₂	C ₁ -M ₂ /C ₂ -M ₁	
V. M A N I P U L A D A S	L	V	L\V	V\L
	D	L-	D\L	L\D
	D	V	D\V	V\D
	D	L/B	D\L/B	L/B\D
	L	L/B	L\L/B	L/B\L
	D	V/B	D\V/B	V/B\D
	L	V/B	L\V/B	V/B\L
	D	L/D	D\S*	S*\D
	D/V	D	S/D	D\S
	D/V	V	S/V	V\S
	D/V	L/B	S\L/B	L/B\S
	D/V	V/B	S\V/B	V/B\S

Figura 1.5: Tipos de Configurações de Controle Clássico Dual
de Colunas de Destilação Binárias Simples .

NC	Z	VR	N	NF	YD	XB	L/F	V/F	R	ln(S)	N Nm	R Rm
1	.50	1.5	40	21	.9900	.0100	2.706	3.20	5.41	9.19	1.76	1.38
2	.10	1.5	40	21	.9900	.0100	2.329	2.42	25.31	9.19	1.76	1.30
3	.50	1.5	40	21	.9000	.0020	2.737	3.29	4.93	8.41	1.93	1.64
4	.20	5.0	15	5	.9999	.0500	.226	.38	1.43	12.15	1.99	1.14
5	.50	15.0	10	5	.9999	.0001	.227	.72	.45	18.42	1.47	3.18
6	.50	1.5	80	40	.9999	.0001	2.635	3.13	5.27	18.42	1.76	1.31
7	.65	1.2	110	39	.9950	.1000	11.862	12.47	19.31	7.49	1.66	1.52

Tabela 1.1: Dados do Estado Estacionário de Colunas de Destilação
Binárias Simples [7]

onde, NC = No. da Coluna de Destilação e VR = volatilidade relativa;
Rm = refluxo mínimo - equação de Underwood [20] ;
Nm = número de estágios mínimo - refluxo total ;

2. MODELOS ESTÁTICOS SHORT-CUT

2 . 1 - INTRODUÇÃO

Os modelos estáticos servem para prever o comportamento dos processos químicos no estado estacionário. Para proposta de projeto de sistemas de controle, segundo Shinskey [9], a chave é o desenvolvimento de modelos analíticos relacionando, de forma explícita, as composições de saída aos fluxos de vapor (V) e ao refluxo (L). Estes modelos, propostos por vários autores, ao longo dos anos, correlacionam o fator de separação-equação de Fenske [11] aos dados de projeto da coluna e são denominados modelos de separação.

Os modelos estáticos estudados abaixo foram avaliados por Jafarey e McAvoy [12] da seguinte forma: com os algoritmos de controle, resultantes destes modelos, os autores obtiveram curvas de V/F (fluxo de vapor por fluxo de alimentação, respectivamente) versus Z (fração molar do componente leve na alimentação) e compararam estas curvas às obtidas com a equação de Smoker [13]. Neste ponto, é importante destacar que a equação de Smoker fornece um resultado exato de V/F como função de Z , para colunas de destilação binária e volatilidade relativa constante. Entretanto, a equação de Smoker não relaciona de forma explícita V/F à Z o que torna inviável a aplicação desta equação diretamente a lei de controle feedforward. Nossa análise foi feita, comparando o desempenho de malhas de controle feedforward (FF), com controladores estáticos obtidos por aqueles algoritmos, visando manter o fator de separação da coluna em seu valor desejado. Como os distúrbios em Z podem ocorrer várias vezes por dia e o cálculo de K_f é direto através daqueles algoritmos, a sintonização do

controlador estático da coluna será muito facilitada. Entretanto, a utilização de controladores FF estáticos somente é indicada para sistemas de controle com a dinâmica do distúrbio bem próxima da dinâmica do processo; caso contrário, seria necessário acrescentar a malha de controle FF uma compensação dinâmica [14]. Por outro lado, estes modelos podem ser utilizados para o cálculo do ganho estático - g_{ij} - de malhas de controle clássico, como proposto por Skogestad e Morari [15], ou seja, estes autores correlacionaram a razão entre taxa de variação nas composições e a variável manipulada (ganho estático), de forma explícita, com a taxa de variação no fator de separação; a obtenção dos ganhos estáticos com modelos de separação será analisada no capítulo 4. Alguns dos modelos apresentados abaixo foram obtidos pela simplificação da equação de Smoker e os outros são resultantes da correlação computacional dos dados do gráfico de Gilliland [15]. Por isso, começaremos por apresentar as características principais da dedução da equação de Smoker.

2 . 2 - APRESENTAÇÃO DOS MODELOS

A - EQUAÇÃO DE SMOKER : é uma representação analítica do gráfico de McCabe-Thiele [13], o qual foi construído considerando desprezível o acúmulo de massa em cada estágio (constante molar overflow). Além disso, o autor acrescenta a condição de volatilidade relativa constante (VR) para a coluna de destilação, ou seja, o equilíbrio líquido vapor em cada estágio é função somente das composições das fases. Assim sendo, representaremos a

curva de equilíbrio líquido vapor (EQL) operação (balanço de massa para cada estágio) por :

$$y = VRx / (1 + (VR - 1)x) \quad \text{curva de equilíbrio} \quad (2.1)$$

$$y_1 = mx + b \quad \text{linha de operação} \quad (2.2)$$

- Assim, a interseção de (2.1) com (2.2) é obtida igualando y a y_1 :

$$m(VR - 1)x^2 + [m + b(VR - 1) - VR]x + b = 0 \quad (2.3)$$

- Partindo de colunas com alimentação binária, haverá somente uma raiz para equação (2.3), localizada entre $0 < x < 1$, e denominada por $x = k$. Dessa forma, trasladando, a origem dos eixos cartesianos para o ponto de interseção de (2.1) e (2.3), representado pela raiz da equação (2.3), teremos as novas coordenadas $x' = x - k$ e $y' = y - (mk + b)$. Substituindo estas novas coordenadas nas equações representativas da linha de operação e da curva de equilíbrio, resulta em :

$$y' = mx' \quad (2.4)$$

$$y' + mk + b = \frac{VR(x' + k)}{1 + (VR - 1)(x' + k)} \quad (2.5)$$

Observação :- A mudança da origem dos eixos cartesianos para o ponto de interseção de (2.1) e (2.2) fixa o ponto de referência dos estágios de equilíbrio da coluna sobre o estágio da alimentação.

- Para eliminarmos b na equação (2.5), faremos $y' = x' = 0$ e o resultado de b substituiremos na mesma equação (2.5), assim :

$$y' = \frac{VRx'}{c^2 + c(VR - 1)x'} \quad (2.6)$$

$$x' = \frac{c^2 y'}{VR - c(VR - 1)y'} \quad (2.7)$$

$$c = 1 + (VR - 1)k \quad (2.8)$$

- Para chegarmos as composições das fases líquida e vapor do estágio " N " , partiremos do topo da coluna representado pelas composições x_0 e y_0 , assim as equações (2.4) e (2.7) tornam-se :

$$y' = mx_0' \quad - \text{linha de operação} \quad (2.9)$$

$$x_1' = c^2 y_0' / [VR - c(VR - 1)y_0'] \quad - \text{curva de equilíbrio} \quad (2.10)$$

$$(2.9) \rightarrow (2.10) \rightarrow x_1' = mc^2 x_0' / [VR - mc(VR - 1)x_0'] \quad (2.11)$$

- Pela análise da equação (2.11), verificamos que podemos correlacionar a composição da fase líquida do estágio " N " x_0 . Para isso, basta alternarmos os balanços de massa e a curva de equilíbrio até o estágio " N " . A equação de Smoker, resultante das considerações anteriores, é dada por :

$$N_t = \frac{\ln \left[\frac{x_0'(1 - [mc(VR - 1)x_n' / (VR - mc^2)])}{x_n'(1 - [mc(VR - 1)x_0' / (VR - mc^2)])} \right]}{\ln(VR/mc^2)} \quad (2.12)$$

Observação : - Esta equação deve ser aplicada a cada seção da coluna separadamente, ou seja, $i = B$ representa o número de estágios da seção de esgotamento e $i = T$ representa o número de estágios da seção de retificação.

- Os parâmetros da equação de Smoker, para cada seção da coluna, podem ser obtidos pelos balanços de massa do topo e do fundo da coluna. Assim, através do balanço de massa para o topo da coluna, obteremos o sumário dos parâmetros da seção de retificação - $i = T$:

$$m = R/(R + 1) \text{ , onde } R = L/D \text{ ;}$$

$$b = XD/(R + 1) \text{ , desde que } y = x \text{ e } x = XD \text{ ;}$$

$$x_n = \text{interseção da linha de operação com a linha } q \text{ ;}$$

$$y = [q/(q - 1)]x - Z/(q - 1) \text{ equação da linha } q \text{ ;}$$

$$Z = \text{composição da componente leve na fase líquida da alimentação;}$$

$$x_o = XD \text{ ;}$$

$$x_o' = XD - k$$

$$x_n' = x_n - k$$

$$c = 1 + (VR - 1)k \text{ ;}$$

- e pelo balanço de massa para o fundo da coluna, obteremos o sumário da seção de vaporização - $i = B$:

$$x_o = \text{interseção da linha de operação com a linha } q \text{ ;}$$

$$x_o' = x_o - k \text{ ;}$$

$$x_n = XB \text{ ;}$$

$$x_n' = XB - k \text{ ;}$$

$$c = 1 + (VR - 1)k$$

B - MODELO EMPÍRICO DE SHINSKEY

O modelo empírico de Shinskey [17] resulta do ajuste computacional dos dados de projeto de várias colunas de destilação e sua forma analítica é dada por :

$$\frac{\ln S}{N \ln VR} = \begin{cases} 0,286X & \text{se } X < 1,825 \\ \frac{1}{(8,35/X^2 + 1,163)^{0,5}} & \text{se } X > 1,825 \end{cases} \quad (2.13)$$

onde, $X = \frac{VR^{1,68}}{N^{0,92}} \left(\frac{V}{F} \right)$ e $\ln S = \text{logaritmo natural } S$
 $\ln VR = \text{logaritmo natural } VR$

Obs.: O subscrito " o " indicará sempre que as variáveis estão, em seus valores de projeto ou nas condições iniciais de operação .

C - MODELO ANALÍTICO DE "DOUGLAS, J.M. e JAFAREY, A."-(JMD)

O modelo de " J.M.D. " [10] é uma aproximação da equação de Smoker para colunas com alimentação líquida saturada ($q = 1$) e com as seguintes considerações :

1 - para encontrar a raiz da equação (2.3), para as seções de retificação e vaporização , considera-se $XD \simeq 1$ e $XB \simeq 0$ (colunas de alta pureza) ;

2 - as equações resultantes da primeira consideração, para as duas seções da coluna, têm somente o seu denominador multiplicado pelo termo de correção do refluxo , equação de Fenske [11], uma vez que, o termo de correção do numerador é significativo, quando

operamos a coluna próximo as condições de refluxo mínimo ;

3 - iguala-se as equações obtidas para as duas seções da coluna, considerando que o número de estágios da seção de retificação é igual ao, da seção de vaporização (NT = NB) .

De acordo com as três simplificações anteriores, os autores chegaram ao modelo de separação dado pela seguinte expressão :

$$N_o = \frac{\ln S}{\ln \left[VR / (1 + 1/RZ)^{0,5} \right]} \quad (2.14)$$

D - MODELO EMPÍRICO DE EDULJEE

O modelo de Eduljee [18] é uma equação resultante do ajuste computacional dos dados do gráfico de Gilliland [16]. Neste gráfico o eixo das ordenadas é $(N - N_m)/(N + 1)$ e , das abscissas - $(R - R_m)/(R + 1)$, onde N e R são o número de estágios e o refluxo reais para obterem uma determinada separação e N_m e R_m são o número de estágios mínimo e o refluxo mínimo para obter a mesma separação. Dessa forma, o autor obteve a equação, válida para a faixa entre $0,01 \leq (R - R_m)/(R + 1) \leq 1$, dada por :

$$\frac{N_o - N_m}{N_o - 1} = 0,75 \left[1 - \left[\frac{R - R_m}{R + 1} \right]^{0,5688} \right] \quad (2.15)$$

onde, $N_m = \ln S / \ln VR$ (equação de Fenske)

2 . 3 - ANÁLISE DA APLICAÇÃO DOS MODELOS ESTÁTICOS SHORT-CUT AO CONTROLE FEEDFORWARD DE COLUNAS DE DESTILAÇÃO .

A análise feita da validade dos modelos estáticos short-cut verificará se sistemas de controle, com controladores feedforward estáticos (K_f), são capazes de manter o fator de separação constante, após a ocorrência de distúrbios na composição da alimentação. Para obtenção de K_f foram obtidos algoritmos de controle feedforward, para a minimização do consumo de energia, derivados dos modelos de separação anteriores, com a condição de manter o fator de separação constante.

2 . 3 . 1 - ALGORITMOS DE CONTROLE FEEDFORWARD

A - ALGORITMO DE SHINSKEY

O algoritmo de controle de Shinskey é derivado de (2.13) com $S = S_0$, ou seja, o fator de separação deve ser mantido no seu valor inicial S_0 , assim :

$$\frac{V}{F} = \frac{V_0}{F_0} \quad \text{Algoritmo Shinskey ,} \quad (2.16)$$

observando-se que o algoritmo proposto por Shinskey, afirma que o fator de separação da coluna será mantido constante pela manutenção de V/F em seu valor estacionário. Segundo o estudo feito por Luyben [19], para mantermos o fator de separação constante, após a ocorrência de distúrbios na composição da alimentação, a razão V/F deve variar também. Consequentemente, o algoritmo proposto por Shinskey não é correto .

B - ALGORITMO DE CONTROLE DE JMD

- Pela observação de (2.14), deduz-se que para mantermos $S = S_0$ teremos que manter " RZ " constante, assim :

$$R = R_0 Z_0 / Z$$

ou,

- Após somarmos 1 a ambos os lados da equação anterior e, também, multiplicarmos ambos os lados por D/F resulta no algoritmo de controle feedforward, para a minimização do consumo de energia da coluna, assim :

$$V/F = \left[\frac{R_0 Z_0}{Z} + 1 \right] \left[\frac{Z - X_{B0}}{Y_{D0} - X_{B0}} \right] \text{ Algoritmo de J.D.M.} \quad (2.17)$$

- Para colunas de alta pureza, $Y_{D0} \approx 1$ e $X_{B0} \approx 0$, teremos que :

$$V/F = R_0 Z_0 + Z \quad (2.18)$$

C - ALGORITMO DE CONTROLE DE EDULJEE

Analizando (2.15) para S constante, obtemos o algoritmo de Eduljee, dado abaixo :

$$\frac{V}{F} = \left[\frac{R_0 + 1}{R_{m0} + 1} \right] \left[\frac{1}{(V_R - 1)} \left[\frac{Y_{D0}}{Z} - \frac{(1 - Y_{D0})}{(1 - Z)} \right] + 1 \right] \left[\frac{Z - X_{B0}}{Y_{D0} - X_{B0}} \right] \quad (2.19)$$

- Para colunas de alta pureza teremos $Y_{Do} \approx 1$, $X_{Bo} \approx 0$ e R_{mo} pode substituído por $1/[Z(VR - 1)]$ (equação de Underwood [20]) e $D/F \approx Z$, resultando em :

$$\frac{V}{F} = \left[\frac{R_o + 1}{R_{mo} + 1} \right] (VR - 1) + \left[\frac{R_o + 1}{R_{mo} + 1} \right] Z \quad (2.20)$$

D - ALGORITMO "INTUITIVO" DE JAFAREY E McAVOY

Os autores para deduzirem o seu algoritmo [12] baseiam-se no fato de que, os algoritmos de minimização do consumo de energia deduzidos anteriormente, são essencialmente independentes dos detalhes do modelo da coluna. Também acrescentam que, através dos resultados obtidos por outros autores (por exemplo, Kister e Doig [21] e Jafarey et al. [10] ; verifica-se que o algoritmo obtido por Eduljee é mais preciso. Dessa forma , como muitas vezes a razão $(R + 1)/(R_m + 1)$ tende à razão R/R_m , Jafarey e McAvoy , intuitivamente, veem justificado o seguinte algoritmo de controle para manter S constante :

$$\frac{R}{R_m} = \frac{R_o}{R_{mo}} \quad \text{ou,} \quad (2.21)$$

- Se somarmos $- 1$ - a ambos os lados de (2.21) , resulta em :

$$R + 1 = R_o \cdot R_m / R_{mo} + 1 \quad \text{ou,} \quad (2.22)$$

se multiplicarmos ambos os lados de (2.22) por D/F , resulta em :

$$\frac{V}{F} = \left[\frac{R}{R_{mo}} \left(\frac{1}{(VR-1)} \left(\frac{Y_{Do}}{Z} - \frac{(1-Y_{Do})}{(1-Z)} \right) \right) + 1 \right] \frac{(Z - X_{Bo})}{(Y_{Do} - X_{Bo})} \quad (2.23)$$

- Se forem colunas de alta pureza, a expressão de Underwood e $D/F \approx Z$ se aplicam a equação (2.23) e esta se simplifica para :

$$V/F = R_o/[R_{mo}(VR-1)] + Z = R_o Z_o + Z \quad (2.24)$$

2 . 3 . 1 . 1 - DETERMINAÇÃO DO CONTROLADOR FF ESTATICO

1 - Controlador estático de J.M.D. : - Deriva-se (2.17) em relação à Z , resultando em :

$$d(V/F)/dZ = K_{f1} = a_1/Z^2 + 1/b \quad (2.25)$$

onde, $a = R_o Z_o X_{Bo}/(Y_{Do} - X_{Bo})$

$$b = (Y_{Do} - X_{Bo})$$

2 - Controlador estático de Eduljee : - Deriva-se (2.19) em relação à Z , resultando em :

$$K_{f2} = a_1/Z^2 + a_2/(1-Z)^2 + a_3 \quad (2.26)$$

onde, $a_3 = (R_o + 1)/[(R_{mo} + 1)b]$

$$a_1 = a_3 X_{Bo}/(VR - 1)$$

$$a_2 = a_3 (1 - Y_{Do})(1 - X_{Bo})/(VR - 1)$$

3 - Controlador estático de Jafarey e MacAvoy : - Deriva -
se (2.23) em relação à Z , resultando em :

$$Kf_3 = a_4/Z^2 + a_5/(1 - Z)^2 + 1/b \quad (2.27)$$

onde, $a_4 = R_o Y_{Do} X_{Bo} / [R_{mo} (V_R - 1) (Y_{Do} - X_{Bo})]$

$$a_5 = R_o (1 - Y_{Do}) (X_{Bo} - 1) / [R_{mo} (V_R - 1) (Y_{Do} - X_{Bo})]$$

2 . 3 . 2 - MALHA DE CONTROLE FEEDFORWARD

Os controladores feedforward estáticos são efetivos nos casos em que a dinâmica do distúrbio é, praticamente, igual à, do processo. Nestes casos, a função de transferência da malha de controle feedforward é dada pela equação (1.3). Dessa forma, se considerarmos negligenciáveis as dinâmicas da válvula e do transmissor, a equação (1.3) pode ser escrita como :

$$\frac{C^*}{Z^*} = \tilde{G}_z + \tilde{G}_p \tilde{K}_v \tilde{K}_t \tilde{K}_f \quad (2.28)$$

- Para controle perfeito $C^* = 0$ e admitindo que a dinâmica do distúrbio é igual a do processo, de (2.28) teremos que :

$$K_z = - K_p K_v K_t K_f \quad (2.29)$$

onde, K_z = ganho estático de X_1^* em relação ao distúrbio (Z^*);

K_p = ganho estático de X_2^* em relação à vazão de vapor (V^*).

- Fazendo K_t e K_v iguais a 1 e substituindo (2.29) em (2.28) teremos que :

$$\frac{C^*}{Z^*} = K_f K_p (G_p - 1) \quad (2.30)$$

Neste capítulo, estamos interessados somente no estudo da aplicação dos modelos de separação ao controle feedforward. Por isso, apresentaremos a expressão das funções de transferência do processo (G_p), proposta por Skogestad e Morari [7] para descrever a dinâmica das composições de saída da coluna (Y_D e X_B). Estes modelos dinâmicos do processo serão discutidos no próximo capítulo. Assim sendo, por enquanto, serão dadas as expressões de G_p :

$$\text{para } C^* = Y_D^* \rightarrow \begin{cases} G_p = \frac{(1 + Ds)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \\ K_p = C_1 \end{cases} \quad (2.31)$$

$$(2.31.1)$$

e

$$\text{para } C^* = X_B^* \rightarrow \begin{cases} G_p = \frac{(1 + Hs)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \\ K_p = G \end{cases} \quad (2.32)$$

$$(2.32.1)$$

onde, C_1 = ganho estático de Y_D em relação a V ;

G = ganho estático de X_B em relação a V ;

τ_1 = constante de tempo para mudanças nos fluxos externos da coluna ;

τ_2 = constante de tempo para mudanças nos fluxos internos da coluna ;

$-1/D$ e $-1/H$ = representam os zeros do processo, ou seja, as raízes do numerador de G_p ;

s = variável do domínio de Laplace [5,6] ;

Aplicando uma perturbação degrau [7] de magnitude " DE " em Z^* ($Z^* = DE/s$) teremos da substituição de (2.30) ou (2.31) em (2.29) a expressão da resposta das composições em malha fechada dada por :

$$YD^* = Kf.C.DE \left[\frac{(1 + Ds)}{s(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} + \frac{1}{s} \right] \quad (2.33)$$

$$XB^* = Kf.G.DE \left[\frac{(1 + Bs)}{s(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} + \frac{1}{s} \right] \quad (2.34)$$

- Aplicando a inversa da transformada de Laplace [6] à (2.34) e (2.35) - $\mathcal{L}^{-1}[YD^*] = YD'^*(t) = YD'^*$ e $\mathcal{L}^{-1}[XB^*] = XB'^*(t) = XB'^*$, obteremos a expressão analítica da variação de YD e XB com o tempo, na forma de variável desvio, dadas abaixo :

$$YD'^* = A1 \left[\frac{D(e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_2}) + (\tau_1 e^{-t/\tau_1} - \tau_2 e^{-t/\tau_2})}{A2} \right] \quad (2.35)$$

$$XB'^* = A1' \left[\frac{H(e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_2}) + (\tau_1 e^{-t/\tau_1} - \tau_2 e^{-t/\tau_2})}{A2} \right] \quad (2.36)$$

onde, $A1 = Kf.DE.C$; $A1' = Kf.DE.G$; $A2 = \tau_1 - \tau_2$

2 . 3 . 3 - CÁLCULO DO DESVIO PERCENTUAL ABSOLUTO DE S_0

$$S'^*(t) = S'^* = |(S'(t) - S) \times 100 / S| \quad (2.37)$$

onde, $S'(t) = (YD'(1 - XB') / [XB'(1 - YD')])$

$$YD' = YD'^* + YD \quad \text{e} \quad XB' = XB'^* + XB$$

$$S = (YD(1 - XB) / [XB(1 - YD)])$$

Observação : - YD'^* e XB'^* são dadas pelas equações (2.35) e ,
(2.36), respectivamente .

2 . 3 . 4 - RESULTADOS

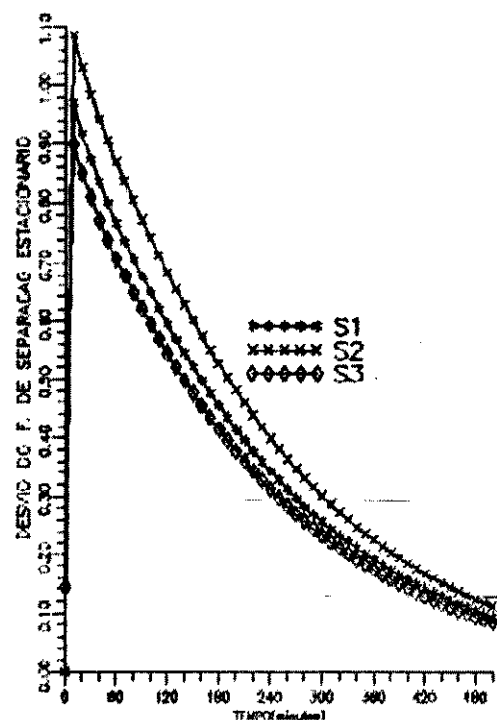
Os gráficos apresentados a seguir - figuras 2.1 e 2.2 - foram obtidos utilizando os dados do estado estacionário das colunas de destilação representadas pela Tabela 1.1, sendo que, as composições estáticas do componente leve, na fase líquida e vapor de cada estágio, foram obtidas alternando as equações de balanço de massa e de equilíbrio líquido vapor, partindo do topo e do fundo da coluna, utilizando as especificações de saída de YD e XB e as condições estacionárias de operação, até o estágio da alimentação (N_f). Estes gráficos apresentam as seguintes características:

1) Todos os gráficos apresentam três curvas resultantes da equação (2.37) : a curva $S1$ resulta da utilização de K_{f1} , a curva $S2$ resulta, de K_{f2} e a curva $S3$ resulta , de K_{f3} .

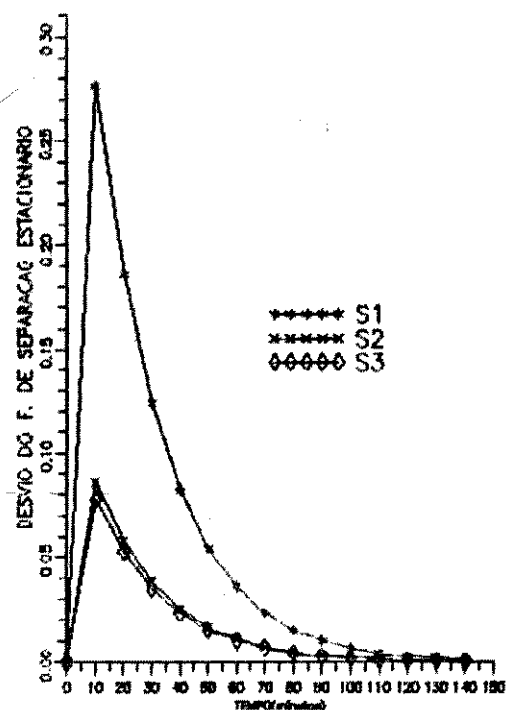
2) Os sete primeiros gráficos, figuras 2.1 (A à G), representam os resultados de (2.37) após a ocorrência de uma perturbação em degrau de 0,1% em Z_0 e os sete últimos gráficos, figuras 2.2 (A à G), representam os resultados de (2.37) após a ocorrência de uma perturbação em degrau de 1,0% em Z_0 , para todas as colunas de destilação caracterizadas pela Tabela 1.1 .

3) O cálculo dos valores resultantes de (2.37) , após a ocorrência das perturbações anteriores, foram obtidos pelo programa computacional do anexo 2, o qual também fornece o valor dos K_{fi} - $i = 1, 2 \dots 9$ - para cada novo valor de Z e os valores de YD^{*} e XB^{*} obtidos com as equações (2.35) e (2.36), respectivamente .

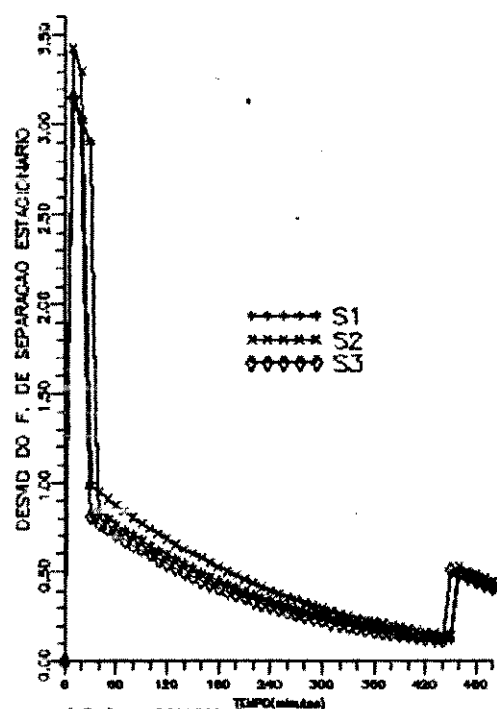
4) Os parâmetros das equações (2.31) e (2.32), específicos para cada coluna de destilação, foram calculados com os dados da tabela 1.1 e da tabela 1 (Anexo 1).



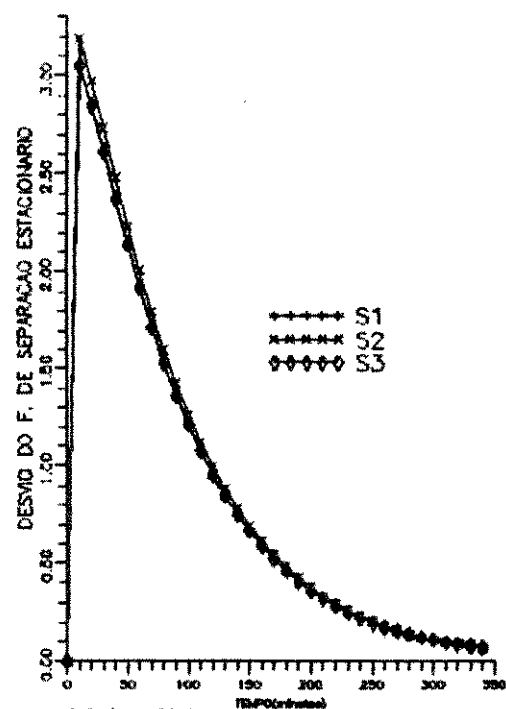
(A) - COLUNA 1
GANHO ESTATICO : $Kf1 = 1,1$; $Kf2 = 1,3$
 $Kf3 = 1,0$



(C) - COLUNA 3
GANHO ESTATICO : $Kf1 = 1,1$; $Kf2 = 0,36$
 $Kf3 = -0,33$



(B) - COLUNA 2
GANHO ESTATICO : $Kf1 = 3,6$; $Kf2 = 3,9$
 $Kf3 = 3,61$



(D) - COLUNA 4
GANHO ESTATICO : $Kf1 = 1,4$; $Kf2 = 1,5$
 $Kf3 = 1,4$

Figura 2.1 : - Desvio Percentual Absoluto do Fator de Separação Estacionário, para uma Perturbação Degrau em $Z^* = 0,1\% Z_0$; Curva S1 - controlador estático FF = $Kf1$; Curva S2 - controlador estático FF = $Kf2$; Curva S3 - controlador estático FF = $Kf3$.

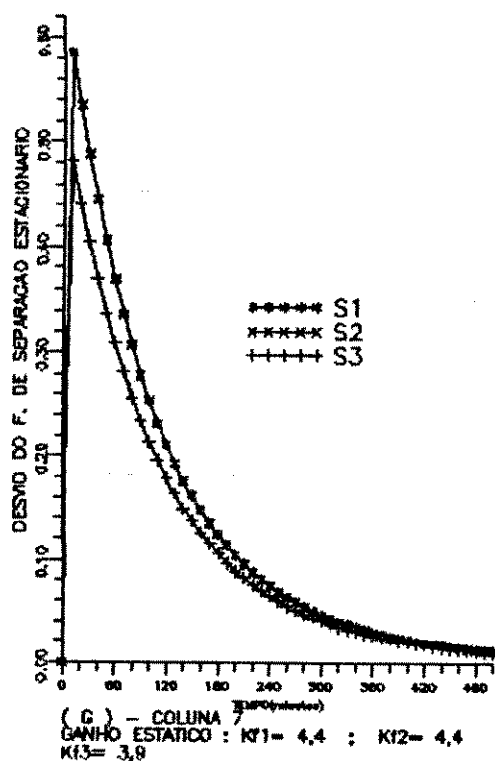
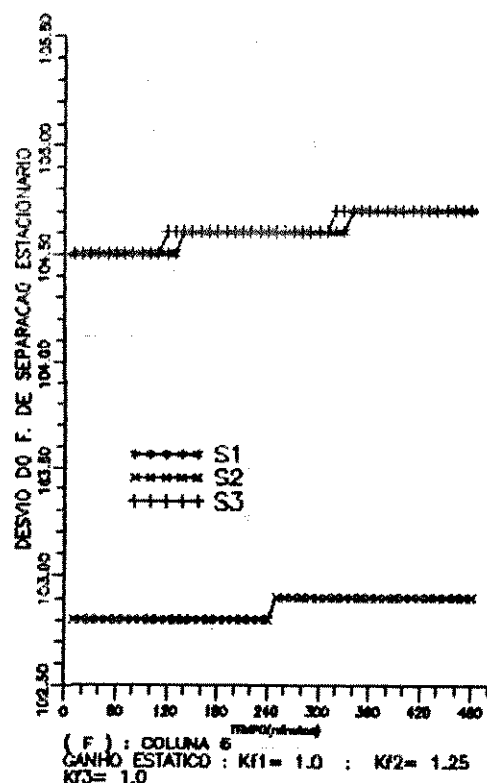
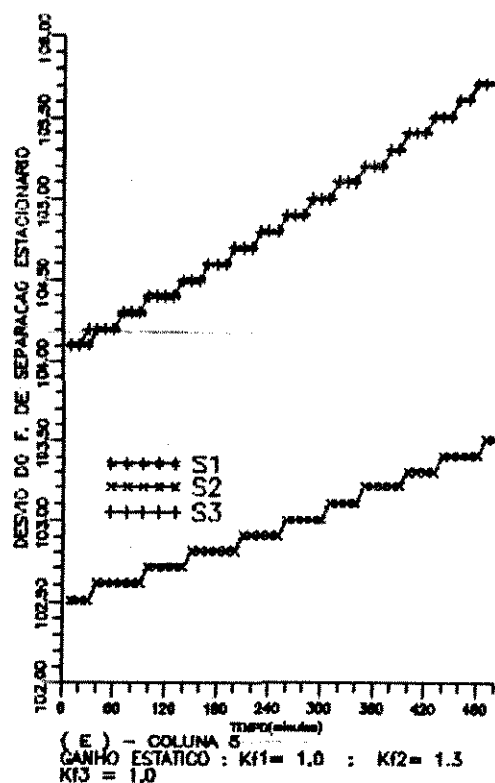


Figura 2.1 : - Desvio Percentual Absoluto do Fator de Separação Estacionário, para uma Perturbação Degrau em $Z^* = 0,1\% Z_0$; Curva S1 - controlador estático $FF = Kf1$; Curva S2 - controlador estático $FF = Kf2$; Curva S3- controlador estático $FF = Kf3$.

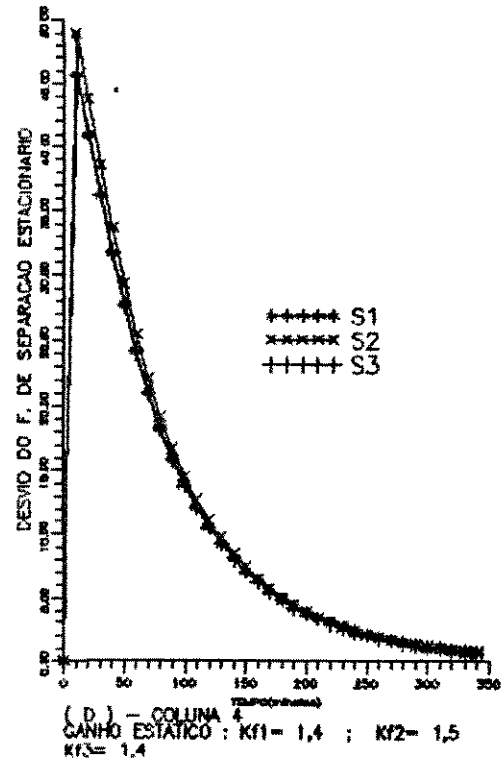
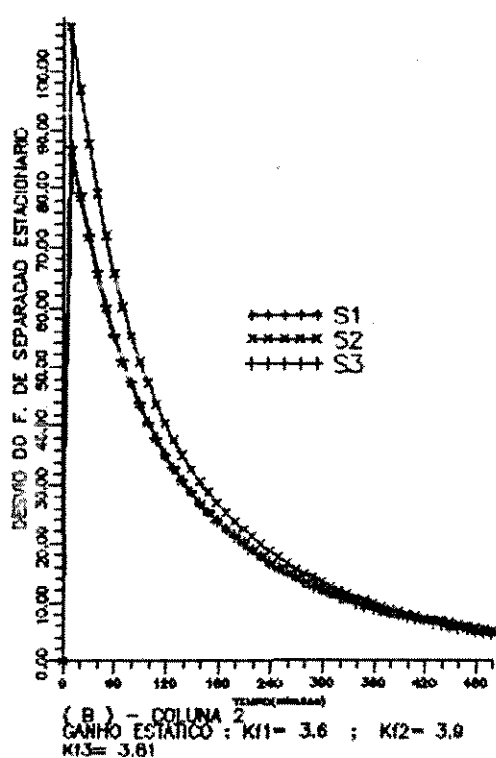
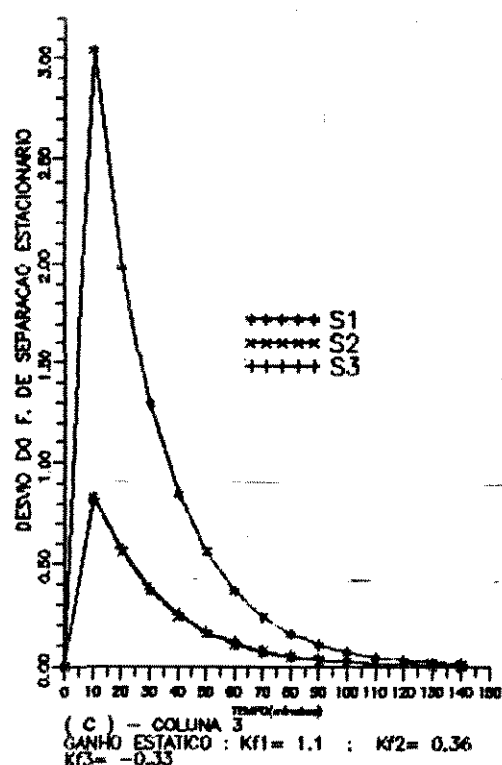
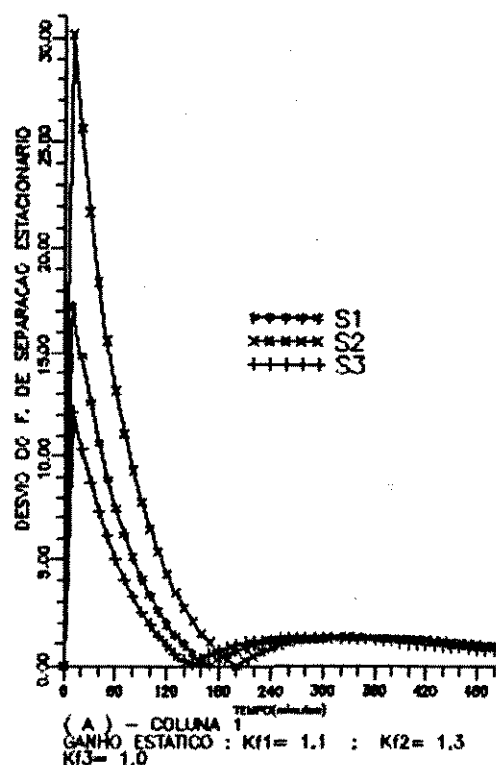


Figura 2.2 : - Desvio Percentual Absoluto do Fator de Separação Estacionário, para uma Perturbação Degrau em $Z^* = 1,0\% Z_0$; Curva S1 - controlador estático FF = K_{f1} ; Curva S2 - controlador estático FF = K_{f2} ; Curva S3- controlador estático FF = K_{f3} .

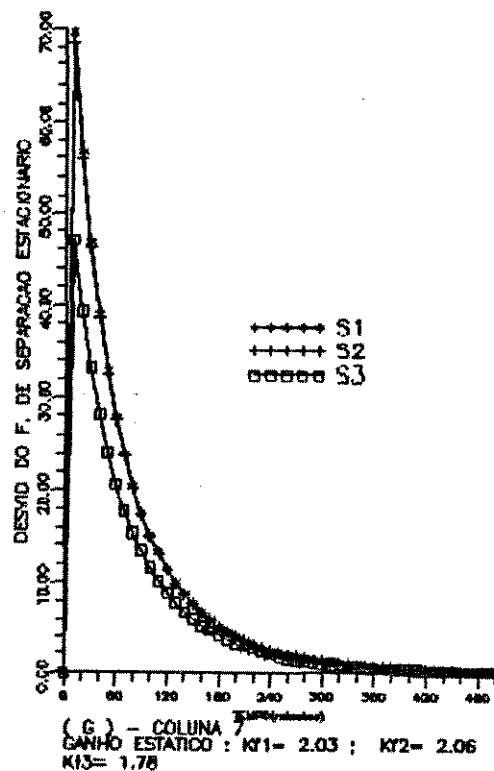
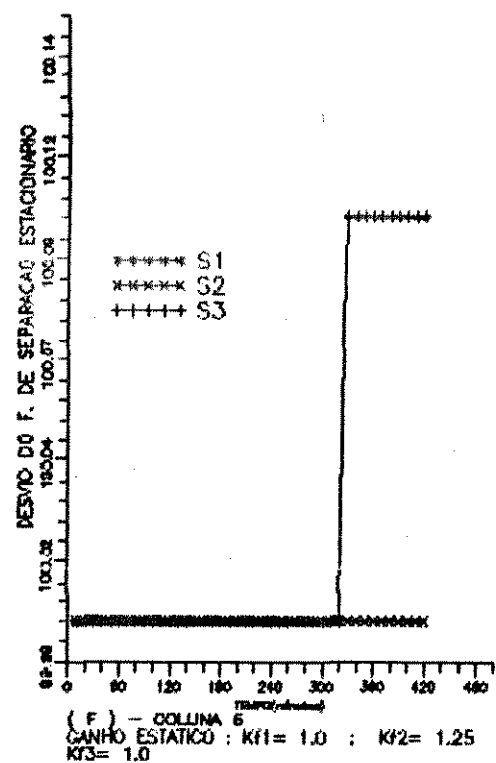
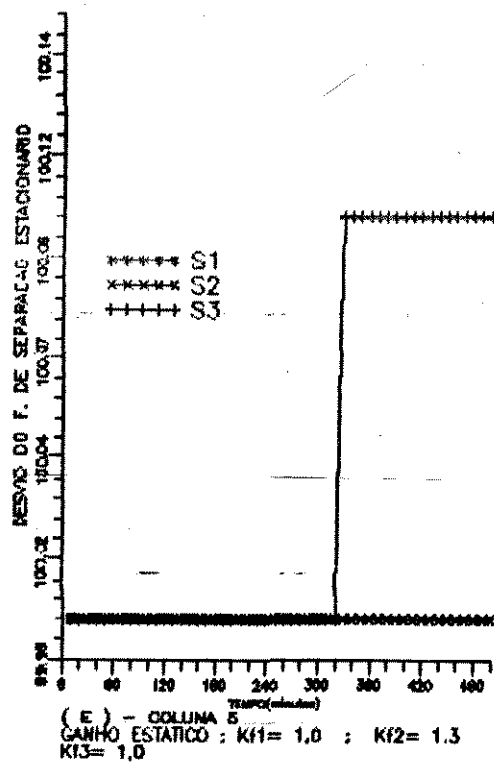


Figura 2.2 : - Desvio Percentual Absoluto do Fator de Separação Estacionário, para uma Perturbação Degrau em $Z^* = 1,0\% Z_0$; Curva S1 - controlador estático FF = K_{f1} ; Curva S2 - controlador estático FF = K_{f2} ; Curva S3- controlador estático FF = K_{f3} .

2 . 4 - CONCLUSÕES

A análise dos resultados apresentados graficamente pelas figuras 2.1 e 2.2 indica que os modelos de separação encontrados na literatura não são adequados para estimativa dos parâmetros dos controladores feedforward estáticos , para minimização do consumo de energia da coluna, quando as colunas de destilação são projetadas para obtenção de produtos de alta pureza. Esta conclusão é tirada diretamente das figuras anteriores ; estas figuras registram as colunas 5 e 6 (colunas de alta pureza - tabela 1.1) com o desvio percentual do fator de separação estacionário bem acima de 10% , após a ocorrência de um distúrbio na composição da alimentação. Isto mostrará que os modelos de separação , que serviram de base para a formulação dos algoritmos de controle feedforward estáticos, não fornecem expressões válidas para estimativa dos parâmetros dos controladores feedforward estáticos das colunas. Além disso, verificamos que os algoritmos de Jafarey e McAvoy (Kf_1) e o de Eduljee (Kf_2) fornecem expressões para o cálculo dos controladores feedforward estáticos mais precisas. Dessa forma, como este algoritmos são derivados diretamente dos modelos de separação, podemos reafirmar, como já havia sido constatado por outros pesquisadores, que o modelo de separação de Eduljee é o mais adequado para aplicação ao controle feedforward estático de colunas de destilação binárias .

3. MODELOS DINÁMICOS REDUZIDOS

3 . 1 . INTRODUÇÃO .

A dinâmica de colunas de destilação é um assunto ao qual tem sido dedicado um grande interesse. Em particular, o desenvolvimento de modelos dinâmicos de ordem reduzida para este tipo de equipamento tem sido objeto de diversos trabalhos.

A proposta do modelo dinâmico reduzido, estudado neste capítulo, baseia-se na proposta de Skogestad e Morari [7] e parte da aproximação de que os fluxos molares na coluna de destilação são constantes. Isto é, a dinâmica dos fluxos é desacoplada da dinâmica das composições (y_D e x_B), como mostrou o estudo realizado por Levy et al. [22]. Dessa forma, a parte dominante da dinâmica da coluna pode ser obtida através da modelagem somente da dinâmica das composições. Estes modelos simplificados visam facilitar o estudo de fatores essenciais ao projeto de sistemas de controle multivariáveis com multi-malhas de controle feedback. Estes fatores são principalmente as respostas inversas [9], interações entre as malhas de controle e sensibilidade do sistema de controle, após a malha de controle fechada, aos erros de modelagem e as alterações nas condições de operação. Relembre-se que as respostas inversas são causadas por dois efeitos físicos geradores de reações paralelas e de direções contrárias na resposta da variável controlada às mudanças nos fluxos externos e internos do processo. Os vários pesquisadores que estudaram as respostas inversas em colunas de destilação concluíram que as respostas inversas ocorrem, em colunas de destilação de pratos de válvulas, independentemente do grau de

perturbação no fluxo de produção de vapor; em colunas de pratos perfurados, para altas taxas de fluxo de produção de vapor.

3.2. MODELO DINÂMICO REDUZIDO - MDR

No capítulo 1 foi visto que podemos representar a coluna de destilação (figura 1.3); um sistema de duas entradas (M_1 e M_2) e de duas saídas (Y_D e X_B), por funções de transferência do processo. Se considerarmos $M_1 = L^*$ e $M_2 = V^*$ e admitindo, em primeira aproximação, que o refeedor e o condensador se comportam como sistemas de primeira ordem, ter-se-á :

$$Y_D^* = \frac{\tilde{G}_{11} L_T^*}{(\tau_D s + 1)} + \tilde{G}_{12} V_T^* \quad (3.1)$$

$$X_B^* = \tilde{G}_{21} L_B^* + \frac{\tilde{G}_{22} V_B^*}{(\tau_B s + 1)} \quad (3.2)$$

Onde, \tilde{G}_{ij} = funções de transferência representantes da dinâmica interna da coluna ;

τ_D = constante de tempo do condensador = M_D/V_T ;

τ_B = constante de tempo do refeedor = M_B/L_B ;

M_D = nível de líquido no condensador ;

M_B = nível de líquido no refeedor ;

V_T^* = fluxo de vapor de topo ;

L_B^* = influxo de líquido para o refeedor ;

L_T^* = influxo de líquido no topo da coluna = L^* ;

L^* = taxa influxo de líquido no refeedor \approx

$$e^{-\Delta} L^* + \lambda (1 - e^{-\Delta}) V^* \quad (\text{Rademaker e al. [23]}) ;$$

Δ = atraso total da resposta do líquido, no fundo da coluna, após às mudanças no influxo de líquido no topo da coluna = $N \cdot \tau_L$;

N = Número de estágios da coluna ;

$$\tau_L = (\partial M_i / \partial L)_V$$

M_i = Holdup de cada estágio ;

λ = variação do fluxo líquido, em cada estágio pela variação do fluxo de vapor, mantendo o Holdup constante $(\partial L / \partial V)_{M_i}$;

$$V_T^* = V^* / (\tau_P + 1)$$

$$V_B^* = V^* ;$$

τ_P = constante de tempo do controle de pressão do topo da coluna ;

V^* = fluxo de vapor produzido pelo refeedor ;

O objetivo básico no projeto de sistemas de controle robustos é utilização de modelos simples que reflitam as principais características dinâmicas da coluna. Dessa forma, como vimos na introdução, os fatores essenciais ao projeto de controle feedback são obtidos com a modelagem da dinâmica das composições. Portanto, o interesse fundamental será o estudo das funções de transferência que melhor caracterizem o comportamento dinâmico das composições. Skogestad e Morari [7] observam que o perfil dinâmico das respostas das composições de saída (y_D e x_B), para mudanças nos fluxos externos (variações na razão D/B), são totalmente diferentes dos perfis, para mudanças nos fluxos internos (a razão D/B permanece inalterada). Em particular, o

tempo decorrido para as composições de saída da coluna se estabilizarem, após mudanças nos fluxos externos, é muito mais elevado do que para mudanças nos fluxos internos. Dessa forma, para proporem a forma analítica do modelo dinâmico reduzido, os autores fizeram as seguintes considerações: o holdup é constante para todos os estágios, ou seja, τ_L (atraso de transporte do fluxo de líquido em cada estágio) será igual a zero; o controle de pressão no topo da coluna é perfeito, ou seja, τ_P será igual a zero; o condensador e o refeedor são pequenos ($\tau_D = \tau_B = M/L_i$), o que possibilita considerarmos o refeedor como estágio 1 e o condensador como estágio $(N + 1)$. Nestas condições, os autores verificaram que se pode descrever as respostas dinâmicas individuais das composições as mudanças nos fluxos externos por um modelo de primeira ordem com constante de tempo dominante (τ_1), e, para mudanças nos fluxos internos, por um modelo de primeira ordem com constante de tempo do fluxos internos τ_2 , sendo geralmente $\tau_2 \ll \tau_1$. Desta forma, as equações (3.1) e (3.2), sob a forma simplificada, são expressas por:

$$YD^* = \tilde{G}_{11}L^* + \tilde{G}_{12}V^* \quad (3.3)$$

$$XB^* = \tilde{G}_{21}L^* + \tilde{G}_{22}V^* \quad (3.4)$$

Para mudanças nos fluxos externos ($L^* = -V^*$), as equações (3.3) e (3.4) reduzem-se as seguintes relações:

$$YD^* = (\tilde{G}_{12} - \tilde{G}_{11})L^* = \frac{G_1}{(\tau_1 s + 1)} L^* \quad (3.5)$$

$$XB^* = (\tilde{G}_{22} - \tilde{G}_{21})L^* = \frac{G_2}{(\tau_1 s + 1)} L^* \quad (3.6)$$

Para mudanças nos fluxos internos ($L^* = V^*$), por sua vez, ter-se-á o seguinte sistema de equações :

$$YD^* = (\tilde{G}_{11} + \tilde{G}_{12})L^* = \frac{G_2}{(\tau_2 s + 1)} L^* \quad (3.7)$$

$$XB^* = (\tilde{G}_{21} + \tilde{G}_{22})L^* = \frac{G_4}{(\tau_2 s + 1)} L^* \quad (3.8)$$

As expressões analíticas de \tilde{G}_{ij} - das equações (3.3) e (3.4), podem ser obtidas pela substituição de (3.5) em (3.7), o que resulta nas expressões de \tilde{G}_{11} e \tilde{G}_{12} , e pela substituição de (3.6) em (3.8), o que resulta nas expressões de \tilde{G}_{21} e \tilde{G}_{22} , obtendo-se matricial, abaixo :

$$\begin{bmatrix} YD^* \\ XB^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A(1 + Bs)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} & \frac{C1(1 + Ds)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \\ \frac{E(1 + Fs)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} & \frac{G(1 + Hs)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^* \\ V^* \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

onde, $A = (G_1 + G_2)/2$ e $C1 = (G_2 - G_1)/2$;

$E = (G_3 + G_4)/2$ e $G = (G_4 - G_3)/2$;

$B = (G_1\tau_2 + G_2\tau_1)/(G_1 + G_2)$ e $D = (G_1\tau_2 - G_2\tau_1)/(G_1 - G_2)$;

$F = (G_3\tau_2 + G_4\tau_1)/(G_3 + G_4)$ e $H = (G_3\tau_2 - G_4\tau_1)/(G_3 - G_4)$;

τ_1 = constante de tempo dominante dos fluxos externos ;

τ_2 = constante de tempo dos fluxos internos ;

Ao aplicarmos o Teorema do Valor Final [3] à equação (3.9) obtemos os quatros ganhos estáticos - g_{ij} - do sistema 2×2 , representados na matriz anterior pelas constantes $g_{11} = A$, $g_{12} = C1$, $g_{21} = E$ e $g_{22} = G$, sendo $G1 = g_{11} - g_{12}$, $G2 = g_{11} + g_{12}$, $G3 = g_{21} - g_{22}$ e $G4 = g_{21} + g_{22}$;

É de notar que mudanças nos fluxos externos também podem ser feitas com $L^* \neq 0$ e $V^* = 0$, ou vice versa, e que mudanças nos fluxos internos somente podem ser conseguidas aplicando mudanças iguais em L e em V , ou seja, $L^* = V^*$.

3 . 2 . 1 . CÁLCULO DOS GANHOS ESTÁTICOS - g_{ij} .

Para obtenção dos ganhos estáticos - g_{ij} - aplicaremos o teorema do valor final a equação (1.7), ou seja, faremos $s = 0$ e obteremos a expressão matricial para o cálculo dos ganhos estáticos da coluna representada pela figura 1.3, a expressão analítica é dada por :

$$\tilde{G}(s=0) = G = CA^{-1}B \quad (3.10)$$

onde , G = a matriz dos ganhos estáticos(g_{11} , g_{12} , g_{21} e g_{22})
para o emparelhamento de YD e XB com L e V ;
 s = variável do domínio de Laplace ($0 \leq s \leq \infty$) ;

A , B e C = são as matrizes resultantes da linearização das EDOs, representativas da dinâmica da coluna de destilação, a expressão para o cálculo dos elementos destas matrizes encontram-se no anexo 1 .

A equação (3.10) indica claramente que os ganhos estáticos são fortemente dependentes das condições iniciais de operação da coluna; uma vez que, os elementos das matrizes A e B são calculados com os valores dos parâmetros da coluna no seu estado estacionário inicial .

3 . 2 . 2 - CÁLCULO DA CONSTANTE DE TEMPO τ_1

Para o cálculo de τ_1 os autores [24] partiram das seguintes simplificações :

1) Os fluxos dinâmicos são imediatos. Isto significa que :
 $t > 0$ $M_i(t) = M_{if}$, $D(t) = D_f$, $B(t) = B_f$, onde os índices i , t
 e f indicam o componente, tempo e o estado estacionário final,
 respectivamente. Assim, o balanço de massa global para um
 componente qualquer, para $t > 0$, pode ser escrito como :

$$\frac{d}{dt} \left[\sum_{i=1}^{N+1} M_{if} X_i(t) \right] = M_{if} X_i'(t) = F_f Z_f - D_f Y_D(t) - B_f X_B(t) \quad (3.11)$$

Subtraindo o estado estacionário final de (3.11)
 e considerando que há somente mudanças nos fluxos externos ($dF_f = 0$) e introduzindo $\Delta Y_D(t) = Y_D(t) - Y_{Df}$ e $\Delta X_B(t) = X_B(t) - X_{Bf}$,
 resultará em :

$$\sum_{i=1}^{N+1} M_{if} \Delta X_i'(t) = - D_f \Delta Y_D(t) - B_f \Delta X_B(t) \quad (3.12)$$

2) Admitindo que todos os pratos têm respostas dinâmicas iguais, podemos escrever $\Delta X_i'(t) = \Delta X_{iK}'(t)$, $\Delta Y_D'(t) = \Delta Y_{DK}'(t)$, $\Delta X_B(t) = \Delta X_{BK}(t)$, onde $K(0) = 1$. Esta simplificação resulta do tratamento da coluna de destilação como se fosse um grande tanque de mistura . Esta aproximação é razoável para colunas com constante de tempo dominante muito superior a constante tempo

referente a mudanças nos fluxos internos. Assim, podemos escrever (3.12) da forma abaixo :

$$\left(\sum_{i=1}^{N+1} M_i \Delta X_i \right) K'(t) = - (D_f \Delta Y_D + B_f \Delta X_B) K(t) \quad (3.13)$$

Resolvendo (3.13) pelo método de substituição de $K(t)$ por uma função exponencial, teremos uma resposta igual a de um sistema linear de primeira ordem , assim, fazendo

$K(t) = e^{-t/\tau_1}$ onde τ_1 é a constante de tempo dominante dos fluxos externos, dada a seguir :

$$\tau_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N+1} M_i \Delta X_i}{(D_f \Delta Y_D + B_f \Delta X_B)} \quad (3.14)$$

As características principais da equação (3.14) são enumeradas a seguir :

1) O modelo da coluna para dedução de τ_1 não é linearizado e portanto esta equação aplica-se a qualquer mudança finita nos fluxos externos, mantidas as simplificações "1" e "2" ;

2) A constante de tempo τ_1 depende da direção (positiva ou negativa) da mudança introduzida ;

3) Valores elevado da constante de tempo τ_1 são observados para pequenas perturbações em colunas com ambos os produtos de alta pureza. Isto é devido a mudanças significantivas nas composições internas, enquanto a mudanças nas composições dos produtos são insignificantes;

4) Uma desvantagem para o cálculo de (3.14) é a necessidade do cálculo das composições de cada estágio.

3 . 2 . 3 - CÁLCULO DA CONSTANTE DE TEMPO τ_2

Para o cálculo da constante de tempo τ_2 , Skogestad e Morari [7] igualaram o ganho relativo inicial, obtido com o modelo dinâmico reduzido (equação (3.9)), ao ganho relativo inicial, obtido com um modelo dinâmico não linear. Dessa forma, inicialmente, apresentaremos a definição, proposta primeiramente por Bristol [25], para o ganho relativo estático, dada por :

λ_{ij} = Ganho estático de C_i em relação à M_j , com a malha de controle aberta, dividido pelo ganho estático de C_i em relação à M_j , da mesma malha de controle fechada .

A definição anterior de λ_{ij} pode ser expressa matematicamente da seguinte forma :

$$\lambda_{ij} = (\partial C_i / \partial M_j)_{M_k=0; k \neq j} / (\partial C_i / \partial M_j)_{C_l=0; l \neq i} \quad (3.15)$$

Para sistemas 2X2 (duas entradas e duas saídas) a matriz dos ganhos relativos estáticos - Λ - é dada por :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

A equação (3.16) pode ser escrita somente em função de λ_{11} , se lembrarmos de uma importante propriedade de Λ , a soma de cada linha e de cada coluna é igual a um [25]. Dessa forma, reescrevendo a equação (3.16) teremos a seguinte equação matricial:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 1 - \lambda_{11} \\ 1 - \lambda_{11} & \lambda_{11} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

O sistema de controle em malha aberta, para configuração L/V, está representado pela equação (3.9) e, para trabalharmos no domínio da frequência [3], basta substituímos $s = jw$ onde, w é a frequência em min^{-1} . Dessa forma, o ganho relativo pode escrito em função de w como se segue :

$$\lambda(jw) = [1 - k(jw)]^{-1} \quad (3.18)$$

$$k(jw) = [\tilde{G}_{12}\tilde{G}_{21}/(\tilde{G}_{11}\tilde{G}_{22})](jw) \quad (3.19)$$

- para calcular λ inicial, basta fazer $w = \infty$ (infinito), teremos (3.19) resultante de (3.9) como se segue :

$$k(\infty) = \frac{(G_{2T1} - G_{1T2})(G_{4T1} + G_{3T2})}{(G_{2T1} + G_{1T2})(G_{4T1} - G_{3T2})} \quad (3.20)$$

Se utilizarmos o modelo dinâmico não linear [7] a expressão de (3.19) será dada como se segue :

$$k'(\infty) = (LT/VT)/(LB/VB) \quad (3.21)$$

onde, os índices "T" e "B" referem-se aos fluxos de topo e de fundo da coluna, Figura 1.3, respectivamente .

- Igualando $k(\infty)$ à $k'(\infty)$ obteremos a seguinte equação :

$$(c - 1)abx^2 - (c + 1)(a - b)x - (c - 1) = 0 \quad (3.22)$$

onde, $a = (g_{11} - g_{12}) / (g_{11} + g_{12})$ e $b = (g_{21} - g_{22}) / (g_{21} + g_{22})$;
 $c = (L_T / V_T) / (L_B / V_B)$ e $x = \tau_2 / \tau_1$

- Dessa forma, a constante de tempo τ_2 será dada por :

$$\tau_2 = x^+ \cdot \tau_1 \quad (3.23)$$

onde, x^+ é a maior raiz positiva de (3.22).

3 . 3 - ANÁLISE DA VALIDADE DO MODELO DINÂMICO REDUZIDO

Uma forma de testar a validade dos modelos dinâmicos reduzidos consiste em comparar as respostas fornecidas por tais modelos, para uma dada variação das entradas, com as respostas fornecidas pelo modelo dinâmico rigoroso constituído pelas equações de balanço de massa prato a prato (Anexo 1).

Skogestad e Morari propuseram um conjunto de " colunas teste " , tal como conferidas pelos dados da Tabela 1.1 . Estes autores apresentaram uma comparação explícita entre o modelo dinâmico rigoroso e o modelo dinâmico reduzido, proposto por eles, apenas para o caso da coluna 1. Aqui, esta comparação foi ampliada para as seis colunas restantes da Tabela 1.1. Para determinar a resposta dinâmica do modelo rigoroso foi necessário integrar o sistema de EDOs linearizadas a partir do estado inicial de cada estágio, compatível com os dados da Tabela 1.1.

As características principais dos gráficos - Figura 3.1 e 3.2 - são as seguintes :

- O cálculo do perfil dinâmico das composições de saída (YD e XB) foi feito usando para o modelo dinâmico rigoroso o método de Runge-Kutta de 4a. ordem, para integração das EDOs linearizadas ;

- Para obter a resposta correspondente do modelo dinâmico reduzido foi utilizada a técnica matemática da inversão da transformada de Laplace [3] ;

- As composições estáticas do componente leve nas fases líquida e vapor, necessárias aos cálculos anteriores, foram obtidas alternando as equações de balanço de massa e de equilíbrio líquido vapor, partindo do topo e do fundo da coluna simultaneamente até o estágio da alimentação (N_F), utilizando as especificações de YD e XB dadas na Tabela 1.1 ;

- O fluxograma do programa computacional em Fortran empregado nos cálculos anteriores encontra-se no Anexo 2 ;

- Os valores dos ganhos estáticos e das constantes de tempo τ_1 e τ_2 , equação (3.9), de cada coluna de destilação - Tabela 1 (Anexo 1) são retirados do artigo de Skogestad e Morari [7] .

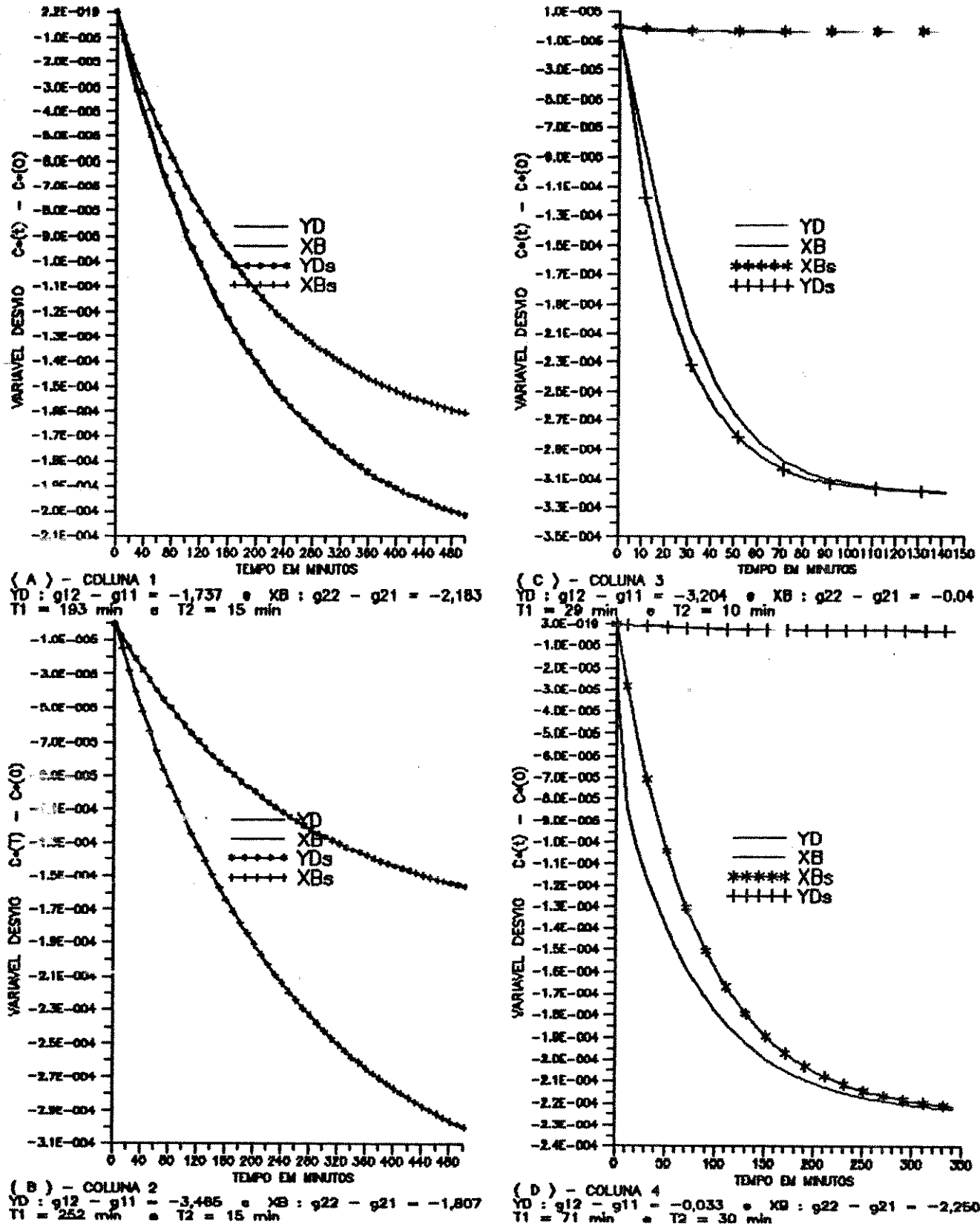


Figura 3.1 : - Respostas à perturbação degrau nos Fluxos Externos, $L^*/Fo = -V^*/Fo \approx -10^{-4}$; YDs e XBs, Modelo Dinâmico Reduzido e YD e XB , Modelo Rigoroso (Anexo 1) .

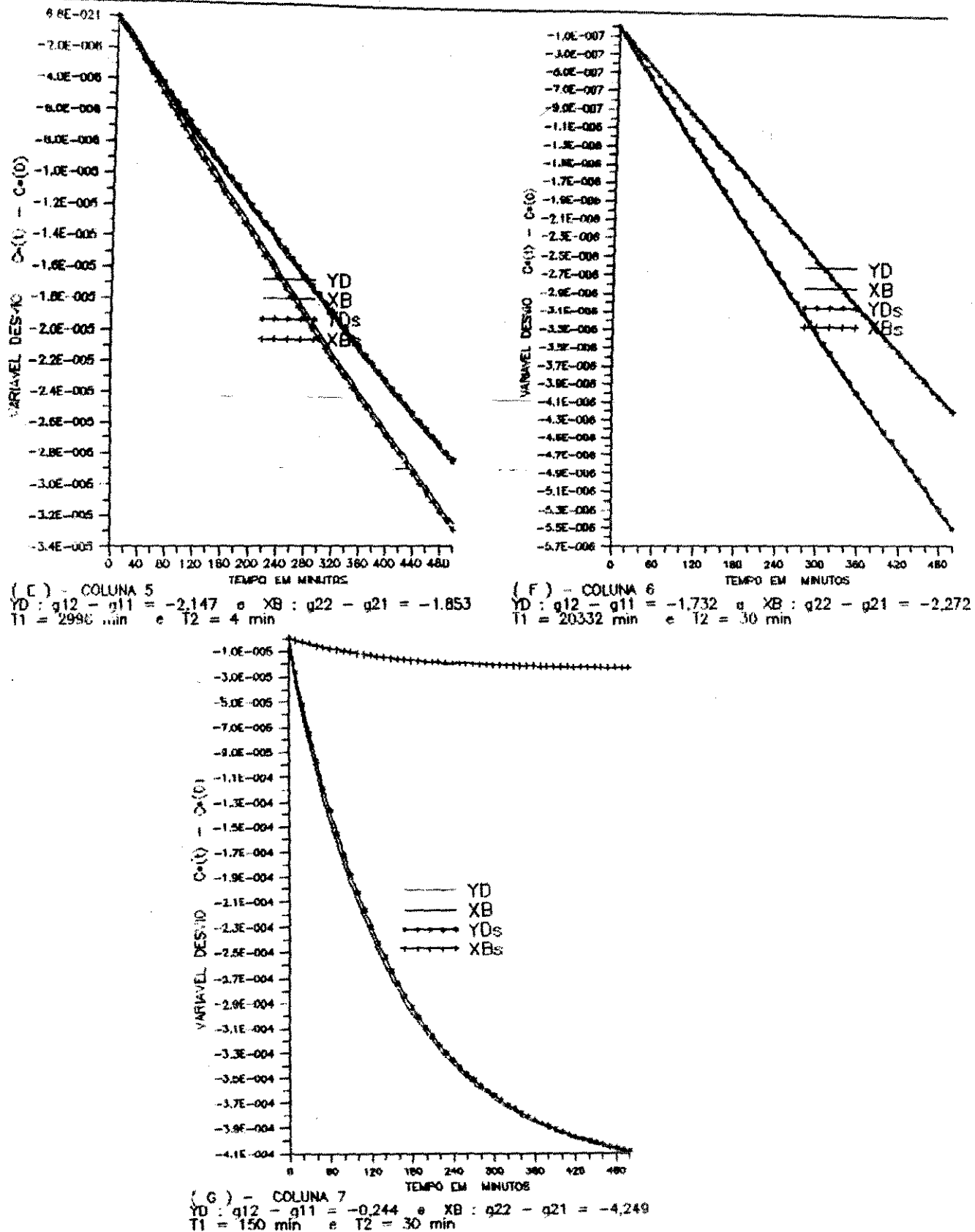
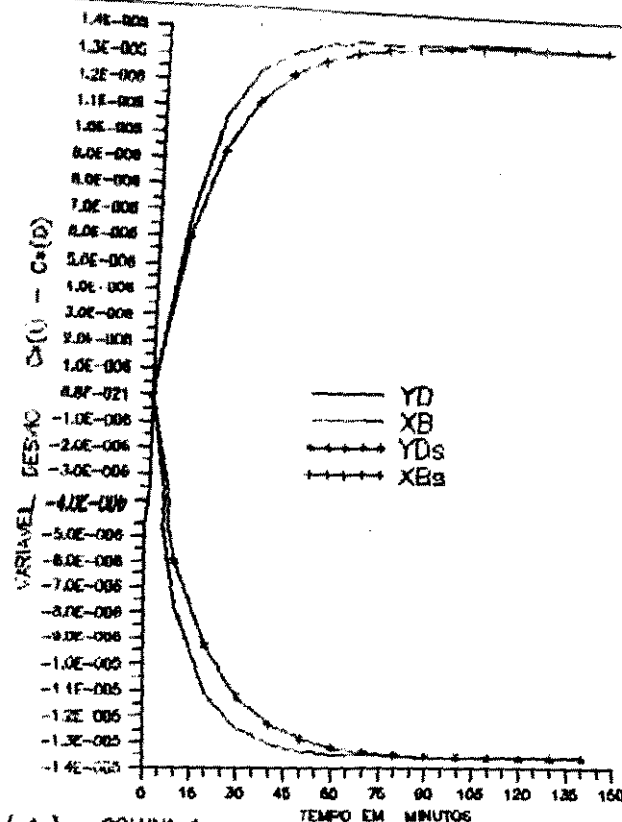
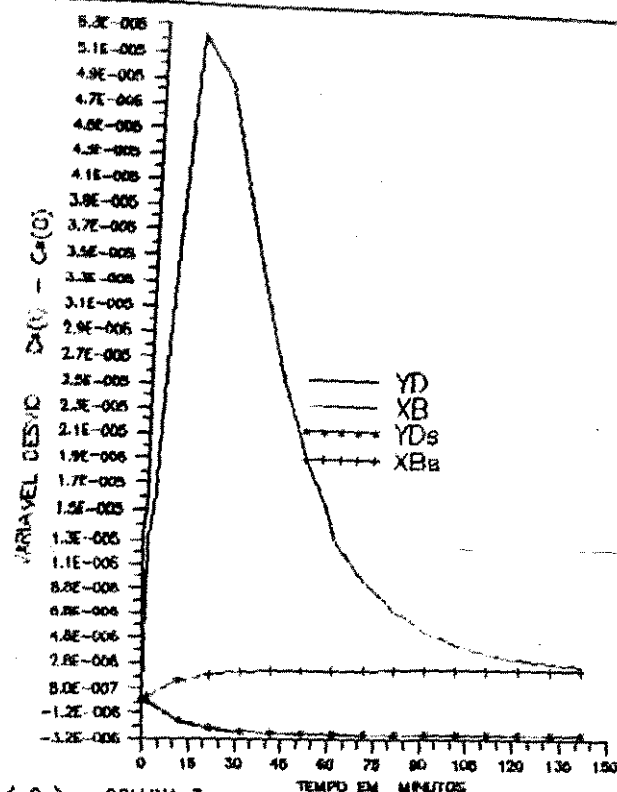


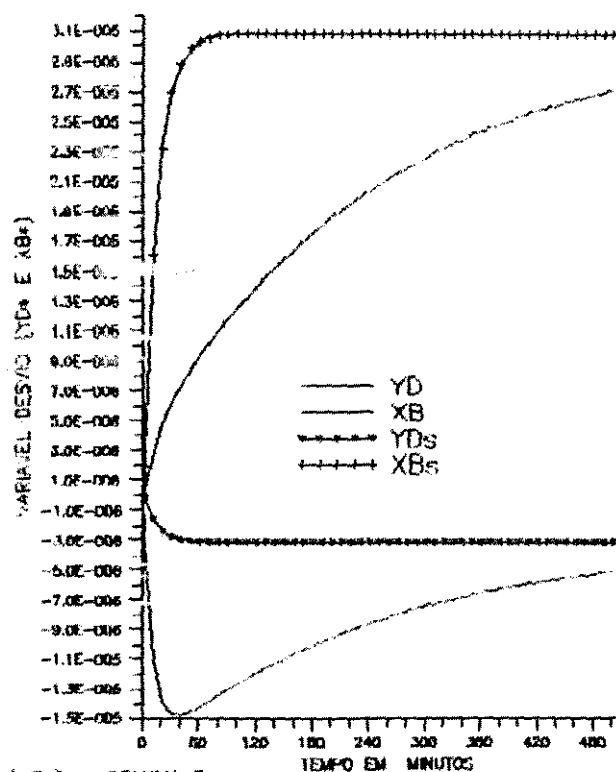
Figura 3.1 : - Respostas à perturbação degrau nos Fluxos Externos, $L^*/Fo = -V^*/Fo \pm 10^{-4}$; YDs e XBs, Modelo Dinâmico Reduzido e YD e XB , Modelo Rigoroso (Anexo 1) .



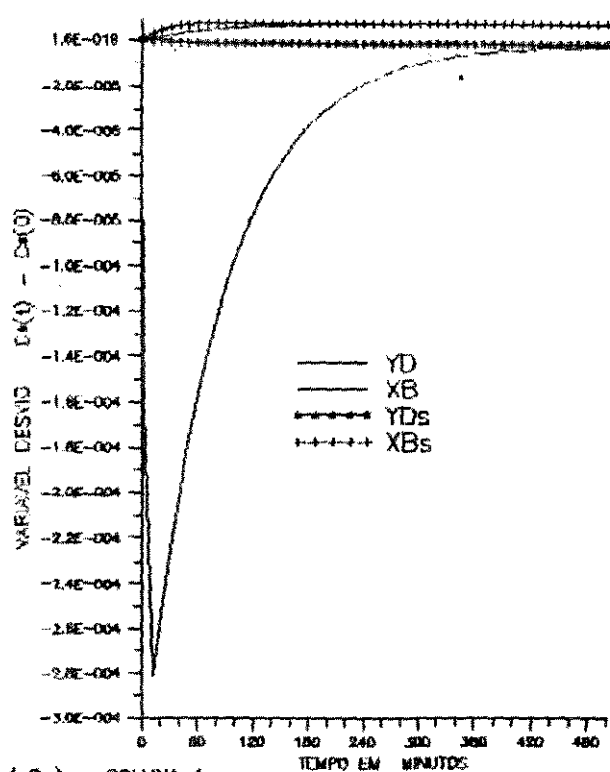
(A) - COLUMNA 1
 $YD : q_{12} + q_{11} = 0.013$ e $XB : q_{22} + q_{21} = -0.013$
 $T_1 = 193 \text{ min}$ e $T_2 = 15 \text{ min}$



(C) - COLUMNA 3
 $YD : q_{12} + q_{11} = 0.002$ e $XB : q_{22} + q_{21} = -0.002$
 $T_1 = 29 \text{ min}$ e $T_2 = 10 \text{ min}$



(B) - COLUMNA 2
 $YD : q_{12} + q_{11} = 0.031$ e $XB : q_{22} + q_{21} = -0.003$
 $T_1 = 252 \text{ min}$ e $T_2 = 15 \text{ min}$



(D) - COLUMNA 4
 $YD : q_{12} + q_{11} = 0.007$ e $XB : q_{22} + q_{21} = -0.002$
 $T_1 = 71 \text{ min}$ e $T_2 = 30 \text{ min}$

Figura 3.2 : - Respostas à perturbação degrau nos Fluxos Internos, $L^*/Fo = V^*/Fo = 10^{-9}$; YDs e XBs, Modelo Dinâmico Reduzido e YD e XB , Modelo Rigoroso (Anexo 1) .

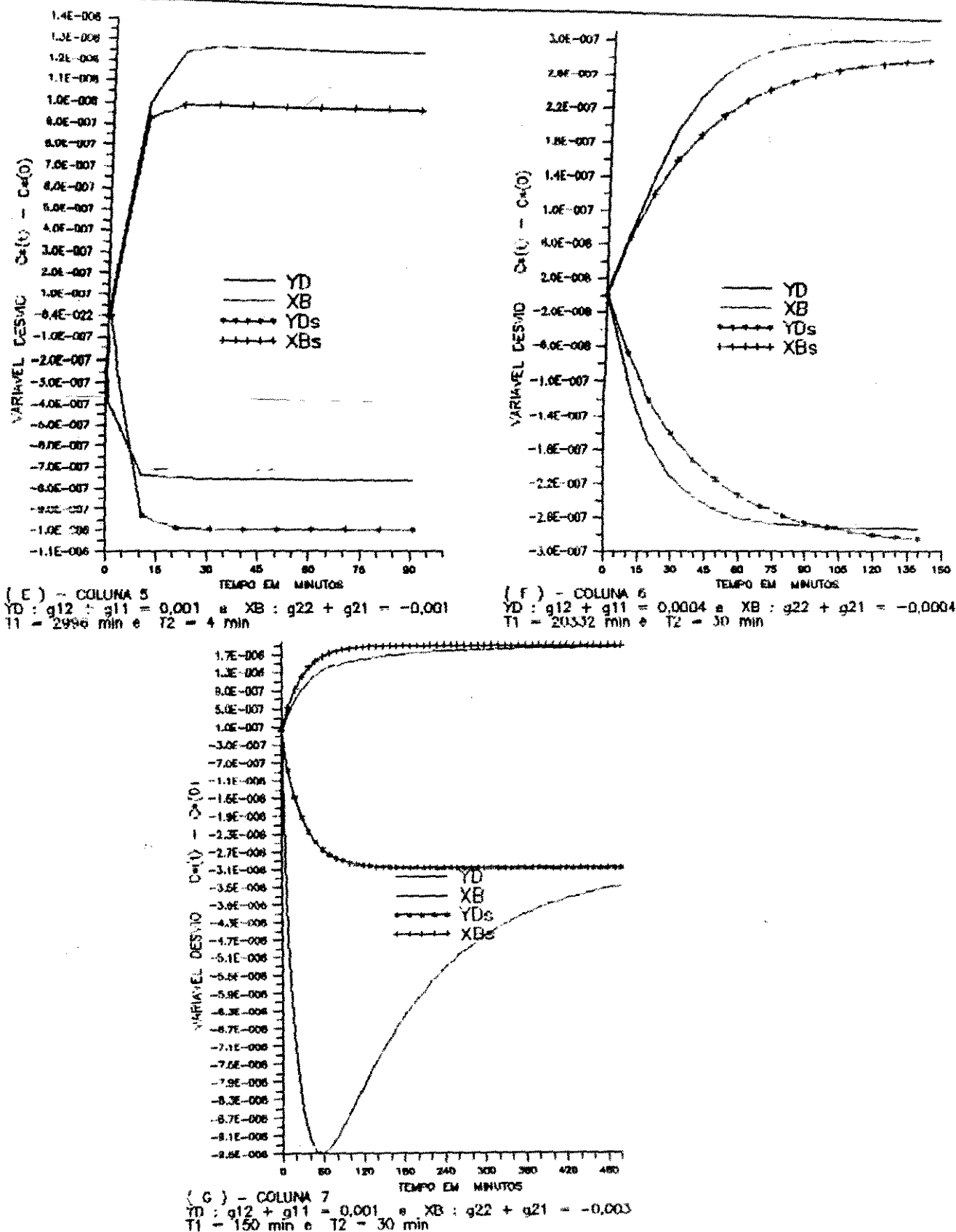


Figura 3.2 : - Respostas à perturbação degrau nos Fluxos Internos, $L^*/Fo = V^*/Fo = 10^{-9}$; YDs e XBs, Modelo Dinâmico Reduzido e YD e XB , Modelo Rigoroso (Anexo 1) .

3.4 - Modelo Dinâmico Reduzido Aperfeiçoado

A análise dos gráficos anteriores mostra que, com exceção das colunas 3 e 4, as respostas fornecidas pelos modelos dinâmicos reduzidos, representados pela equação (3.9), aproximam-se perfeitamente das do modelo rigoroso, para mudanças nos fluxos externos. Contudo, as respostas correspondentes às variações dos fluxos internos diferem-se consideravelmente para ambos os modelos. Em particular, nota-se que tais respostas para as colunas 2, 3, 4 e 7 apresentam uma sobre-elevação bastante significativa, o que é característico de um sistema de segunda ordem com um zero muito maior que a constante de tempo τ_1 . Dessa forma, um modelo dinâmico mais adequado para descrever o comportamento destas colunas de destilação é dado pela equação (3.9), entretanto, os zeros das funções de transferência serão calculados pelo método dos mínimos quadrados. Dessa forma, para mudanças nos fluxos externos ($L^* = V^*$) e nos fluxos internos ($L^* = V^*$) não teremos necessariamente modelos de primeira ordem como propôs Skogestad e Morari, este modelo está representado pela seguinte equação :

$$\begin{bmatrix} YD^* \\ XB^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{g_{11}(1 + \tau_{n1}s)}{(\tau_{1s} + 1)(\tau_{2s} + 1)} & \frac{g_{12}(1 + \tau_{n2}s)}{(\tau_{1s} + 1)(\tau_{2s} + 1)} \\ \frac{g_{21}(1 + \tau_{n3}s)}{(\tau_{1s} + 1)(\tau_{2s} + 1)} & \frac{g_{22}(1 + \tau_{n4}s)}{(\tau_{1s} + 1)(\tau_{2s} + 1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^* \\ V^* \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Onde, τ_{n1} e τ_{n3} = as constantes de tempo em minutos referentes a mudança no fluxo L^* e $V = 0$;

τ_{n2} e τ_{n4} = as constantes de tempo em minutos referentes a mudança no fluxo V^* e $L^* = 0$;

Entretanto, como as mudanças nos fluxos internos são praticamente impossíveis em processos reais, utilizaremos o modelo representado pela equação (3.24) somente para as colunas 3 e 4, pois estas colunas apresentam discordância entre as respostas de ambos os modelos anteriores, para mudanças nos fluxos externos. Por outro lado, uma importante observação, para as colunas 3 e 4, é o fato das constantes de tempo τ_1 e τ_2 serem muito próximas uma da outra (vide Tabela 1 - Anexo 1) e neste caso o zero ($-1/\tau_n$) não se cancelaria com a constante de tempo τ_2 , para mudanças nos fluxos externos ($L^* = -V^*$), como propõe a equação (3.9).

Outro ponto importante é a validade das equações propostas pelos autores [7] para o cálculo das constantes de tempo τ_1 e τ_2 . Isto pode ser verificado pela comparação dos valores de τ_1 e τ_2 , obtidos com as equações (3.14) e (3.23), respectivamente, aos resultantes do inverso dos dois menores valores próprios da matriz A ; a Tabela 1 com estes resultados encontra-se no Anexo 1.

Os gráficos resultantes da modelagem das colunas 3 e 4 pela função de transferência da equação (3.24) necessitaram do cálculo dos valores de " τ_n " para cada coluna e o método matemático para obtenção deste parâmetro foi o dos Mínimos Quadrados (S)

$$S = \sum_{i=0}^t (C_{iR}^*(t) - C_i^*(t))^2 = \text{Mín} \quad (3.25)$$

onde, $C_i^*(t) = YD^*$ e XB^* resultante da inversa da transformada de Laplace do Modelo Dinâmico Reduzido - eq. (3.24);

$C_{iR}^*(t) = YD$ ou XB obtido com a integração das EDOs linearizadas (Anexo 1).

Aplicando a inversa da transformada de Laplace a equação (3.24) e substituindo seu resultado na equação (3.25) e, posteriormente, igualando a derivada parcial de S em relação a τ_n ($\partial S / \partial \tau_n$) a zero teremos o valor τ_n dado por :

$$\tau_{nL} = \sum_{t_i=h}^{t_F} (K\beta_i - C_i^*(t_i)) / (K\alpha_i) \quad (3.26)$$

onde, $L = 1$ ou 2 ou 3 ou 4

$$K = (g_{ij} \times M) / (\tau_1 - \tau_2) ;$$

M = Magnitude da perturbação degrau em L^* e/ou V^* ;

$$\beta_i = \tau_1 - \tau_2 + \tau_2 e^{-(t_i/\tau_2)} - \tau_1 e^{-(t_i/\tau_1)} ;$$

$$\alpha_i = (e^{-(t_i/\tau_1)} - e^{-(t_i/\tau_2)}) ;$$

$$\tau_1 = \tau_{10} \quad \text{e} \quad \tau_2 = \tau_{20} ;$$

h = passo de integração ;

t_F = tempo final de integração .

Os valores τ_n , para as colunas 3 e 4, foram calculados com o programa computacional do Anexo 2. Para o cálculo otimizado de τ_n utilizou-se t/h pontos na equação (3.26), onde $t_F = 200,0$ min e h ($h = 0,05$ min) corresponde ao passo de integração das EDOs linearizadas (Anexo 1). Além disso, optou-se pela utilização de τ_{10} e τ_{20} no cálculo de τ_n por ser estas constantes os valores exatos das constantes τ_1 e τ_2 , respectivamente. Dessa forma, aplicando uma perturbação degrau nos fluxos externos ($L^*/F_0 = -V^*/F_0 = -10^{-4}$) obteremos os valores de τ_{nL} , para as colunas 3 e 4, e as suas funções de transferência são dadas nas equações (3.27) e (3.28), (3.29) e (3.30), respectivamente.

- Coluna 3

$$\bar{YD}^* / \bar{L}^* = g_{y3}(1 + 2,8s) / [(\tau_{1s} + 1)(\tau_{2s} + 1)] \quad (3.27)$$

$$\bar{XB}^* / \bar{L}^* = g_{x3}(1 + 18,5s) / [(\tau_{1s} + 1)(\tau_{2s} + 1)] \quad (3.28)$$

Onde, $g_{y3} = (g_{12} - g_{11})$ e $g_{x3} = (g_{22} - g_{21})$.

g_{ij} = ganhos estáticos da coluna 3 (anexo 1)

- Coluna 4

$$\bar{YD}^* / \bar{L}^* = g_{y4}(1 + 0,0s) / [(\tau_{1s} + 1)(\tau_{2s} + 1)] \quad (3.29)$$

$$\bar{XB}^* / \bar{L}^* = g_{x4}(1 + 31,4s) / [(\tau_{1s} + 1)(\tau_{2s} + 1)] \quad (3.30)$$

Onde, $g_{y4} = (g_{12} - g_{11})$ e $g_{x4} = (g_{22} - g_{21})$

g_{ij} = ganhos estáticos da coluna 4 (anexo 1)

Nos gráficos das figura 3.3 poderemos analisar a validade do modelo representado pela equação (3.24), para as colunas 3 e 4.

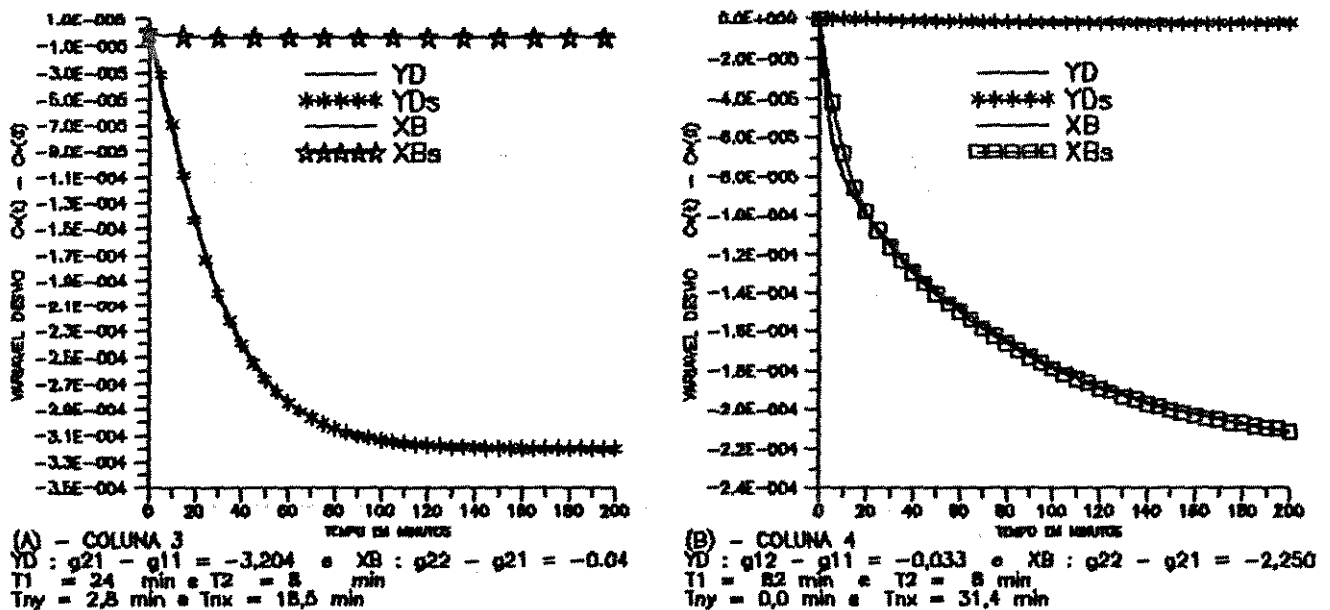


Figura 3.3 : - Resposta à perturbação Degrau nos Fluxos Externos, $L^*/F_o = -V^*/F_o \pm 10^{-4}$; YDs e XBs, Modelo Dinâmico Reduzido (coluna 3, equações (3.27) e (3.28) e coluna 4, equações (3.29) e (3.30)); YD e XB, Modelo rigoroso (Anexo 1).

Uma simples comparação entre a Figura 3.3 (A e B) com a Figuras 3.1 (C e D), respectivamente, confirmam as conclusões anteriores, ou seja, o modelo mais adequado, para descrever a dinâmica das composições de saída (YD e XB), é um modelo dinâmico reduzido de segunda ordem com o zero calculado pela equação (3.26) e não da forma apresentada na equação (3.9) . Enfatizando que, o valor de τ_n dependerá do tipo das entradas ou saídas da coluna [3], ao contrário das constantes de tempo τ_1 e τ_2 que independe dos fatores citados anteriormente .

4. APLICAÇÕES

4.1 - Introdução

Neste capítulo, analisaremos as aplicações dos modelos estáticos short-cut e dos modelos dinâmicos reduzidos, estudados no capítulo 2 e 3, respectivamente, ao projeto de controle clássico dual de colunas de destilação simples com alimentação binária (figura 1.3). Como foi apresentado no capítulo 1, as características estáticas e dinâmicas das variáveis manipuladas são fundamentais para o projeto do sistema de controle.

As características estáticas das variáveis manipuladas nos permitem avaliar a intensidade do efeito das mudanças nestas variáveis sobre as variáveis controladas, na medida em que a intensidade destes efeitos é obtida pelo cálculo do ganho estático da variável controlada em relação à variável manipulada. Por exemplo, se YD é extremamente afetada por pequenas mudanças na variável manipulada - M_1 , o ganho estático de YD em relação a M_1 é elevado. Sob o ponto de vista de controle, ganhos estáticos elevados são extremamente desejáveis, pois a correção da variável controlada se daria com pequenas alterações na variável manipulada. Consequentemente, resultaria num sistema de controle mais econômico, principalmente, se a variável manipulada está diretamente ligada ao consumo de energia da coluna, como é o caso do fluxo de vapor - V . Dessa forma, como os modelos estáticos short-cut podem ser utilizados para o cálculo do ganho estático de sistemas de controle clássico 2X2, malha aberta, como proposto por Skogestad e Morari [15], as características estáticas das variáveis manipuladas podem ser avaliadas através destes modelos.

As características dinâmicas das variáveis manipuladas são

representadas pelo tempo de resposta da variável controlada, em malha aberta, para atingir um novo valor estacionário, após a ocorrência de perturbações nas variáveis manipuladas. No capítulo 3, vimos que este tempo de resposta é representado pelas constantes de tempo τ_1 e τ_2 , que correspondem às mudanças nos fluxos externos e internos da coluna, respectivamente e, geralmente, o valor de τ_1 é muito mais elevado que o valor de τ_2 . Entretanto, como na prática é quase impossível manipular somente os fluxos internos, o valor da constante de tempo τ_1 , será decisivo na escolha da variável manipulada. Isto porque, quanto mais elevado o valor da constante de tempo τ_1 , maior o tempo necessário para a variável controlada atingir o novo valor estacionário, após as mudanças nos fluxos externos da coluna. Por outro lado, um outro fator fundamental na escolha das variáveis manipuladas é a previsão da intensidade das interações, entre as malhas de controle, decorrente do par específico de variáveis controlada - variável manipulada. Para sistemas de controle multi-malhas, com controladores clássicos, podemos ter malhas de controle individuais estáveis, mas que ao funcionarem em conjunto resultem num sistema de controle global instável, independentemente da sofisticação no emprego da estratégia de controle. Isto é devido as fortes interações iniciais entre as malhas de controle. Além disso, as interações dificultariam enormemente a sintonização dos parâmetros dos controladores clássicos. Uma das formas de diminuir os efeitos das interações entre as malhas de controle é trabalhar com sistemas de controle clássico desacoplados [3], ou seja, sistemas que utilizem, entre uma malha e outra, desacopladores, controladores capazes de

diminuirem os efeitos das interações de uma malha de controle sobre as demais malhas de controle do sistema multi-malhas.

Inicialmente, avaliaremos a aplicabilidade dos modelos estáticos short-cut na obtenção dos ganhos estáticos pela comparação dos seus resultados com os obtidos pela equação (3.24) (ganhos estáticos exatos). Posteriormente, mostraremos como o ganho relativo inicial, calculado com o modelo dinâmico reduzido, pode ser utilizado no cálculo do número de condição mínimo de sistema de duas entradas e duas saídas. Este parâmetro representa o grau de sensibilidade do sistema de controle aos erros de modelagem e as alterações nas condições estacionárias de operação da coluna, portanto, fundamental ao projeto de sistemas de controle multi-malhas. Finalmente, apresentaremos aplicação de modelos dinâmicos reduzidos na obtenção das funções de transferência dos desacopladores ideais ($C_i^* = 0$) de sistemas de controle multi-malhas desacoplados.

4 . 2 - Ganhos Estáticos Calculados com Modelos Estáticos Short-Cut

As variáveis manipuladas escolhidas para obtenção dos ganhos estáticos foram L e V, por permitirem uma comparação imediata dos resultados obtidos pelos modelos estáticos short-cut, com os resultados da Tabela 1 (Anexo 1), representativos dos ganhos estáticos exatos. Dessa forma, de acordo com a proposta de Skogestad e Morari [15], podemos correlacionar os ganhos estáticos - g_{ij} - ao modelo de separação

de colunas de destilação simples com alimentação binária da seguinte forma :

- O balanço de massa do componente leve é dado por :

$$F.Z = D.YD + B.XB \quad (4.1)$$

- Derivando a equação (4.1) em relação a L/F e V/F , considerando F e Z constantes, resulta nas respectivas expressões:

$$\left. \frac{D \partial YD}{\partial L} \right|_V + \left. \frac{B \partial XB}{\partial L} \right|_V = E_1 \quad (4.2)$$

$$\left. \frac{D \partial YD}{\partial V} \right|_L + \left. \frac{B \partial XB}{\partial V} \right|_L = E_2 \quad (4.3)$$

$$\text{onde, } E_1 = - (YD - XB) \left. \frac{\partial D}{\partial L} \right|_V ;$$

$$E_2 = - (YD - XB) \left. \frac{\partial D}{\partial V} \right|_L ;$$

- Considerando os fluxos molares da coluna constante, ou seja ,

$$dV = dL + dD \quad (\longrightarrow) \quad dD = - dL , \text{ para } V \text{ constante e}$$

$$dD = dV , \text{ para } L \text{ constante .}$$

- Dessa forma, podemos reescrever as equações (4.2) e (4.3) como se segue :

$$\left. \frac{D \partial YD}{\partial L} \right|_V + \left. \frac{B \partial XB}{\partial L} \right|_V = YD - XB \quad (4.4)$$

$$\left. \frac{\partial YD}{\partial V} \right|_L + \left. \frac{\partial XB}{\partial V} \right|_L = XB - YD \quad (4.5)$$

- Se derivarmos o fator de separação binário, definido pela equação de Fenske [11], em relação a L/F e V/F, teremos as respectivas expressões :

$$a_1 \left. \frac{\partial YD}{\partial L} \right|_V - a_2 \left. \frac{\partial XB}{\partial L} \right|_V = \left. \frac{\partial S}{\partial L} \right|_V \quad (4.6)$$

$$a_1 \left. \frac{\partial YD}{\partial V} \right|_L - a_2 \left. \frac{\partial XB}{\partial V} \right|_L = \left. \frac{\partial S}{\partial V} \right|_L \quad (4.7)$$

Onde, $a_1 = [S \cdot XB + (1 - XB)] / [XB(1 - YD)]$

$a_2 = [S(1 - YD) + YD] / [XB(1 - YD)]$

Explicitando a expressão de " $\partial YD / \partial L$ " na equação (4.2) e de " $\partial YD / \partial V$ " na equação (4.3) e substituindo em (4.6) e (4.7), respectivamente, obteremos os ganhos estáticos g_{11} e g_{12} e explicitando a expressão de " $\partial XB / \partial L$ " na equação (4.2) e de " $\partial XB / \partial V$ " na equação (4.3) e substituindo em (4.6) e (4.7), respectivamente, obteremos os ganhos estáticos g_{21} e g_{22} , suas equações são as seguintes :

$$g_{11} = \left. \frac{\partial YD}{\partial L} \right|_V = a_3 \left[E_1 + BXB(1 - XB) \left. \frac{\partial \ln S}{\partial L} \right|_V \right] \quad (4.8)$$

$$g_{12} = \left. \frac{\partial YD}{\partial V} \right|_L = a_3 \left[E_2 + BXB(1 - XB) \left. \frac{\partial \ln S}{\partial V} \right|_L \right] \quad (4.9)$$

$$g_{21} = \frac{\partial XB}{\partial L} \bigg|_V = a_4 \left[E_1 + DYD(1 - YD) \frac{\partial \ln S}{\partial L} \bigg|_V \right] \quad (4.10)$$

$$g_{22} = \frac{\partial XB}{\partial V} \bigg|_L = a_4 \left[E_2 - DYD(1 - YD) \frac{\partial \ln S}{\partial V} \bigg|_L \right] \quad (4.11)$$

Onde, $a_3 = YD(1 - YD)/[BXB(1 - XB) + DY D(1 - YD)]$

$$a_4 = XB(1 - XB)/[BXB(1 - XB) + DY D(1 - YD)]$$

Observação : - O cálculo das diferenciais parciais de S em relação a L e a V será através dos modelos estáticos Short-Cut, estudados no capítulo 2 .

A - Modelo Empírico de Shinskey - equação (2.13)

- para $X < 1,825$

$$\frac{\partial \ln S}{\partial L} \bigg|_V = a_5 = 0,286(N \cdot \ln VR) VR^{1,68} / (F \cdot N^{0,92}) \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial \ln S}{\partial V} \bigg|_L = 0,0 \quad (4.13)$$

- para $X > 1,825$

$$\frac{\partial \ln S}{\partial V} \bigg|_L = 29,195 \cdot a_5 \cdot [8,35/X^2 + 1,163]^{-1,5} \cdot X^{-3} \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial \ln S}{\partial L} \bigg|_V = 0,0 \quad (4.15)$$

B - Modelo Analítico de Douglas e Jafarey - equação (2.14)

$$\left. \frac{\partial \ln S}{\partial V} \right|_L = V/[2L^2 \cdot Z(1 + 1/(R \cdot Z))] \quad (4.16)$$

$$\left. \frac{\partial \ln S}{\partial L} \right|_V = 1/[2L \cdot Z(1 + 1/(R \cdot Z))] \quad (4.17)$$

C - Modelo Empírico de Eduljee - equação (2.15)

$$\left. \frac{\partial \ln S}{\partial V} \right|_L = a_0 \cdot [0,568(R + 1)/(R + R_m) - 1] V/D^2 \quad (4.18)$$

$$\left. \frac{\partial \ln S}{\partial L} \right|_V = -a_0 \cdot [0,568(R + 1)/(R + R_m) - 1] L/D^2 \quad (4.19)$$

$$\text{Onde, } a_0 = 0,75(N + 1) \ln V R [(R + R_m)^{0,568} / (R - 1)^2] \quad (4.20)$$

A avaliação da validade dos modelos estáticos Short-Cut para o cálculo dos ganhos estáticos anteriores será feita da seguinte forma :

$$EX = 100 \times \sum_{j=1}^2 [|(g_{1j}^* - g_{1j})/g_{1j}^*| + |(g_{2j}^* - g_{2j})/g_{2j}^*|] \quad (4.21)$$

Onde, EX = somatório dos erros relativos percentuais ;

g_{ij}^* = ganhos estáticos exatos dados na tabela 1 (Anexo 1);

g_{ij} = ganhos estáticos obtidos com as equações (4.8) a (4.11) ;

4 . 2 . 1 - Resultados

Os ganhos estáticos foram calculados com os dados do estado estacionário das colunas de destilação da Tabela 1.1 e são dados na Tabela 4.1 .

COLUNA 1						COLUNA 2					
M	g11	g12	g21	g22	EX	g11	g12	g21	g22	EX	
*	0,875	-0,862	1,085	-1,098	--	1,748	-1,717	0,902	-0,905	--	
A	0,980	-0,971	0,980	-0,989	44,2	0,980	-1,033	0,980	-0,975	100,1	
B	1,043	-1,033	0,917	-0,927	70,2	1,555	-1,533	0,922	-0,924	25,9	
C	1,014	-1,009	0,946	-0,951	59,1	1,176	-1,167	0,960	-0,961	77,2	
COLUNA 3						COLUNA 4					
M	g11	g12	g21	g22	EX	g11	g12	g21	g22	EX	
*	1,603	-1,601	0,019	-0,021	--	0,020	-0,013	1,124	-1,126	--	
A	1,590	-1,587	0,035	-0,039	170,9	0,002	0,0002	1,128	-1,128	187,6	
B	1,609	-1,606	0,011	-0,015	74,0	0,009	-0,006	1,127	-1,127	111,7	
C	1,596	-1,595	0,027	-0,029	79,9	0,015	-0,010	1,125	-1,126	51,5	
COLUNA 5						COLUNA 6					
M	g11	g12	g21	g22	EX	g11	g12	g21	g22	EX	
*	1,074	-1,073	0,926	-0,927	--	0,865	-0,865	1,134	-1,134	--	
A	1,000	-1,000	1,000	-1,000	29,6	1,000	-1,000	1,000	-0,999	55,1	
B	1,001	-1,000	0,998	-0,999	29,2	1,001	-1,001	0,998	-0,999	55,5	
C	1,001	-1,000	0,998	-0,999	29,2	1,007	-1,001	0,999	-0,999	55,3	
COLUNA 7											
M	g11	g12	g21	g22	EX						
*	0,123	-0,121	2,123	-2,126	--						
A	0,118	-0,117	2,131	-2,133	8,7						
B	0,150	-0,148	2,081	-2,083	4,8						
C	0,125	-0,125	2,120	-2,120	5,4						

Tabela 4.1 : Comparação dos Ganhos Estáticos calculados pelos diferentes Modelos Short-Cut .

Onde, M = Nome do Modelo Estático Short-Cut ;

* = ganho estático retirado da Tabela 1 (Anexo 1) ;

A = Modelo Empírico de Shinskey ;

B = Modelo Analítico de Jafarey e Douglas ;

C = Modelo Empírico de Eduljee ;

EX = somatório dos erros relativos percentuais obtido através da equação (4.21) .

4 . 2 . 2 - Avaliação dos Resultados

Analizando os resultados anteriores, verificamos que os modelos " B " e " C " são os mais adequados ao estudo das características estáticas, necessárias ao projeto de malhas de controle clássico, visto que, estes modelos apresentam os menores erros percentuais ($E\%$), para a maioria das colunas. Além disso, os resultados dos erros percentuais ($E\%$), para a coluna 7, indicam que estes modelos fornecem os melhores resultados dos ganhos estáticos de colunas de destilação com somente um produto - produto de topo - de alta pureza ($YD \simeq 1,0$) .

4 . 3 - Número de Condição Mínimo - γ^*

Neste item, enfocaremos um dos fatores decisivo na escolha das variáveis manipuladas : a intensidade das interações entre as malhas de controle clássico.

Grosdidier e Morari [26] mostraram que muitas propriedades importantes para o projeto de sistemas de controle clássico multi-malhas (MIMO) podem ser extraídas da matriz dos ganhos estáticos, ou seja, dos dados da malha de controle aberta. Estas propriedades compreendem a estabilidade da malha fechada, a tolerância às falhas nos sensores e atuadores do sistema de controle, a possibilidade de descentralização das estruturas de controle e a robustez do sistema de controle frente às alterações nas condições de operação e aos erros de modelagem da coluna de destilação. É de destacar que aqueles pesquisadores conseguiram

correlacionar algumas daquelas propriedades com o ganho relativo - λ -, proposto por Bristol [25]. Dessa forma, verifica-se que o ganho relativo tem sólidas justificativas teóricas e é muito mais que uma medida de interações entre as malhas de controle. No nosso estudo trabalhou-se com uma propriedade particular, a robustez do sistema de controle. Um sistema de controle robusto consegue manter a estabilidade e desempenho da malha de controle fechada, mesmo se existem grandes discrepâncias entre o modelo do processo e a planta real ou se existem variações nas condições de operação do processo. Caso contrário, o sistema de controle é denominado sensível.

O processo é integralmente controlável [26], considerando que o processo real e o modelo do processo utilizam o mesmo controlador clássico $C(s)$, se não exceder o limite dado pela seguinte inequação :

$$\frac{\|F(s) - \tilde{F}(s)\|}{\|F(s)\|} < \frac{1}{\|\tilde{F}(s)\| \|\tilde{F}(s)^{-1}\|} = \frac{1}{\gamma(\tilde{F}(s))} \quad (4.22)$$

Onde, $F(s)$ = Matriz das entradas ou saídas do processo real ;

$\tilde{F}(s)$ = matriz das entradas ou saídas do modelo do processo;

$\|F(s)\|$ = norma da matriz $F(s)$;

$F(s)^{-1}$ = matriz inversa de $F(s)$;

$\gamma(\tilde{F}(s)) = \|\tilde{F}(s)\| \|\tilde{F}(s)^{-1}\|$ = número de condição de $\tilde{F}(s)$;

$C(s) = (\tau_i s + 1)/\tau_i$;

τ_i = tempo integral (reset time) da malha de controle "i".

Da inequação (4.22) conclui-se que, quanto maior o valor $\gamma(\tilde{F}(s))$, menor a faixa de discrepância entre o modelo do processo $\tilde{F}(s)$ e o processo real $F(s)$. Portanto, o cálculo do número de condição nos permitirá uma previsão do grau de sensibilidade do sistema de controle em malha fechada. Entretanto, o valor do número de condição depende das unidades de medida (escala) das entradas e saídas de $F(s)$, enquanto que a estabilidade de um sistema independente da escala utilizada nas medidas dos entradas e saídas. Dessa forma, para o número de condição ser uma medida usual da sensibilidade do sistema de controle, a matriz $\tilde{F}(s)$ deve ser escalonada, ou seja, obter um número de condição mínimo de $\tilde{F}(s) - \gamma^*(\tilde{F}(s))$; isto porque, o escalonamento de $\tilde{F}(s)$ não altera a inequação (4.22). Como pode ser demonstrado [26], o escalonamento de $\tilde{F}(s)$ é obtido pela pré e pós multiplicação desta matriz por matrizes diagonais S_1 e S_2 , respectivamente. A desvantagem desse processo de minimização de $\tilde{F}(s)$ é a escolha de S_1 e S_2 que não segue um procedimento geral, tornando a tarefa de escalonamento de sistemas de ordem elevada bastante difícil. Assim sendo, os pesquisadores [26] preferiram correlacionar diretamente o número de condição mínimo com a matriz dos ganhos relativos, por serem estes valores adimensionais. Assim, a expressão do número de condição mínimo - γ^* - obtida para sistemas 2X2 é dada por :

$$\gamma^*(\tilde{F}(s)) = \|\Lambda(s)\|_1 + (\|\Lambda(s)\|_1^2 - 1)^{0,5} \quad (4.23)$$

$$\|\Lambda(s)\|_1 = \max_j \sum_{i=1}^2 |\lambda_{ij}(s)| = |1 - \lambda_{11}(s)| + |\lambda_{11}(s)| \quad (4.24)$$

Onde, $\| \Lambda(s) \|_1$ = Norma-1 definida por Johnson e Riess [27] ;

$\tilde{F}(s) = \tilde{G}(s)$ - modelo dinâmico do processo dado pela equação (3.9) ;

$\lambda_{11}(s)$ = ganho relativo do processo dado pela equação (3.18).

Dessa forma, através da equação (4.24) poderemos escolher as variáveis manipuladas M_1 e M_2 mais adequadas ao controle de YD e XB (figura 1.4). Isto porque, cada par de variáveis manipuladas escolhidas (figura 1.5), para uma determinada coluna de destilação, representada esquematicamente pela figura 1.3, resultará num determinado valor do número de condição mínimo. Consequentemente, de acordo com a inequação (4.22), o par de variáveis manipuladas que resultar no menor número de condição mínimo, será o mais adequado ao controle das composições de saída da coluna de destilação em questão, resultando num sistema de controle robusto. Como foi visto no capítulo 3, uma das propriedades do sistema de controle em malha aberta, utilizada no cálculo do ganho relativo, que depende da escolha da entradas (variáveis manipuladas), é o ganho estático. Conforme podemos deduzir da equação (3.10), somente a matriz B (Anexo 1), utilizada no cálculo da matriz dos ganhos estáticos - G - tem seus elementos, $b_{i,j}$, alterados ao mudarmos as variáveis manipuladas - L e V - para outras variáveis - M_1 e M_2 . Assim sendo, para obtermos os ganhos estáticos das configurações de controle, representadas pela figura 1.5, basta modificarmos as expressões do cálculo dos elementos da matriz B . A seguir é apresentada a forma de obtenção dos elementos " $b_{i,j}$ " das novas

configurações de controle, dadas na figura 1.5, a partir da configuração de controle L\V.

A - Variáveis Manipuladas $M_1 = L$ e $M_2 = D$

- As derivadas totais do balanço de massa global ($dF = 0$) e do balanço de massa do topo da coluna, respectivamente, são dadas por:

$$dD = D^* = -B^* \quad (4.25)$$

$$dV = V^* = D^* + L^* \quad (4.26)$$

$$dD = D^* = V^* - L^* \quad (4.26.1)$$

$$dL = L^* = V^* - D^* \quad (4.26.2)$$

- Substituindo na equação do balanço de massa do reator e do balanço de massa dos estágios internos da coluna (anexo 1), respectivamente, a expressão de V^* dada pela equação (4.26) teremos os coeficientes das entradas destas equações alterados para:

$$(X_2 - Y_1)L^* + (X_B - Y_1)(D^* + L^*) \quad \text{ou} \quad (4.27)$$

$$(X_2 - Y_1)L^* + (X_B - Y_1)D^*$$

$$(X_{i+1} - X_i)L^* + (Y_{i-1} - Y_i)(D^* + L^*) \quad (4.28)$$

$$\alpha_i L^* + (Y_{i-1} - Y_i)D^*$$

$$\alpha_i = X_{i+1} - X_i + Y_{i-1} - Y_i \quad (4.29)$$

- De acordo com a expressão (4.27) e (4.28), os elementos $b_{i,j}$ da matriz B, para $M_1 = L$ e $M_2 = D$, serão dados por:

$$b_{1,1} = (X_2 - Y_1)/M_B$$

$$b_{1,2} = (X_B - Y_1)/M_B$$

$$i \neq 1 \text{ e } (N + 1)$$

$$b_{i,1} = \alpha_i/M_I$$

$$b_{i,2} = (Y_{i-1} - Y_i)/M_I$$

B - Variáveis Manipuladas $M_1 = D$ e $M_2 = V$

- Substituindo a equação (4.26.2) em (4.27) e (4.28) resulta em :

$$(XB - X_2)D^* + (X_2 - Y_1)V^* \quad (4.30)$$

$$(Y_{i-1} - Y_i - \alpha_i)D^* + \alpha_i V^* \quad (4.31) *$$

- De acordo com a expressão (4.30) e (4.31), os elementos $b_{i,j}$ da matriz B, para $M_1 = D$ e $M_2 = V$, serão dados por :

$$b_{1,1} = (XB - X_2)/M_B$$

$$b_{1,2} = (X_2 - Y_1)/M_B$$

$$i \neq 1 \text{ e } (N + 1)$$

$$b_{i,1} = (Y_{i-1} - Y_i - \alpha_i)/M_I$$

$$b_{i,2} = \alpha_i/M_I$$

C - Variáveis Manipuladas $M_1 = D$ e $M_2 = L/B$

- A derivada total de L/B é dada por :

$$d(L/B) = (B.L^* - L.B^*)/B^2$$

- Substituindo a equação (4.26) na, (4.25) e o resultado na equação anterior e rearranjando a expressão obteremos a seguinte expressão de V^* :

$$V^* = B.d(L/B) + (B - L)D^*/B \quad (4.32)$$

- Ao substituirmos a equação (4.32) em (4.30) e (4.31), respectivamente resulta em :

$$[XB - X_2 + (B - L)(X_2 - Y_1)/B]D^* + B(X_2 - Y_1)d(L/B) \quad (4.33)$$

$$[X_i - X_{i-1} + \alpha_i(B - L)/B]D^* + \alpha_i B d(L/B) \quad (4.34) *$$

- De acordo com a expressão (4.33) e (4.34), os elementos $b_{i,j}$ da matriz B , para $M_1 = D$ e $M_2 = L/B$, serão dados por :

$$b_{1,1} = [XB - X_2 + (B - L)(X_2 - Y_1)/B]/M_B$$

$$b_{1,2} = B(X_2 - Y_1)/M_B$$

$$i \neq 1 \text{ e } (N + 1)$$

$$b_{i,1} = (Y_{i-1} - Y_i + \alpha_i(B - L)/B)/M_I$$

$$b_{i,2} = \alpha_i B/M_I$$

D - Variáveis Manipuladas $M_1 = L$ e $M_2 = L/B$

- Substituindo a equação (4.26) na equação (4.32) e explicitando a expressão de D^* , resulta em :

$$D^* = B^2 d(L/B)/L - B.L^*/L \quad (4.32.1)$$

- Substituindo a equação (4.32.1) nas equações (4.33) e (4.34), respectivamente, resulta em :

$$[X_2 - Y_1 - B(XB - Y_1)/L]L^* + B^2(XB - Y_1)d(L/B)/L \quad (4.35)$$

$$[\alpha_i - B(Y_{i-1} - Y_i)/L]L^* + B^2(Y_{i-1} - Y_i)d(L/B)/L \quad (4.36) *$$

- De acordo com a expressão (4.35) e (4.36), os elementos $b_{i,j}$ da matriz B , para $M_1 = L$ e $M_2 = L/B$, serão dados por :

$$b_{1,1} = [X_2 - Y_1 - B(XB - Y_1)/L]/M_B$$

$$b_{1,2} = B^2(XB - Y_1)/(L.M_B)$$

$$i \neq 1 \text{ e } (N + 1)$$

$$b_{i,1} = [\alpha_i - B(Y_{i-1} - Y_i)/L]/M_I$$

$$b_{i,2} = B^2(Y_{i-1} - Y_i)/(L.M_I)$$

E - Variáveis Manipuladas $M_1 = D$ e $M_2 = V/B$

- A derivada total de V/B é dada por :

$$d(V/B) = (B \cdot V^* - V \cdot B^*)/B^2 = (B \cdot V^* + V \cdot D^*)/B^2 \quad \text{ou} \\ V^* = Bd(V/B) - V \cdot D^*/B \quad (4.37)$$

- Substituindo as equações (4.37) nas equações (4.30) e (4.31), respectivamente, resulta em :

$$[XB - X_2 + V(Y_1 - X_2)/B]D^* + B(X_2 - Y_1)d(V/B) \quad (4.38)$$

$$[X_i - X_{i+1} - \alpha_i V/B]D^* + \alpha_i Bd(V/B) \quad (4.39)$$

- De acordo com a expressão (4.38) e (4.39), os elementos $b_{i,j}$ da matriz B , para $M_1 = L$ e $M_2 = V/B$, serão dados por :

$$b_{1,1} = [XB - X_2 + V(Y_1 - X_2)/B]/M_B$$

$$b_{1,2} = D(X_2 - Y_1)/M_B$$

$$i \neq 1 \text{ e } (N + 1)$$

$$b_{i,1} = (X_i - X_{i+1} - \alpha_i V/B)/M_I$$

$$b_{i,2} = \alpha_i B/M_I$$

F - Variáveis Manipuladas $M_1 = L$ e $M_2 = V/B$

- Substituindo a equação (4.37) na equação (4.26.1) e a equação resultante substitui-se nas equações (4.38) e (4.39), respectivamente, resultando em :

$$[X_2 - XB + V(XB - Y_1)/(B+V)]L^* + B^2(XB - Y_1)d(V/B)/(B+V) \quad (4.40)$$

$$[X_{i+1} + X_i + V(Y_{i-1} - Y_i)/(B+V)]L^* + B^2(Y_{i-1} - Y_i)d(V/B)/(B+V) \quad (4.41)$$

- De acordo com a expressão (4.40) e (4.41), os elementos $b_{i,j}$ da matriz B , para $M_1 = L$ e $M_2 = V/B$, serão dados por :

$$b_{1,1} = [X_2 - XB + V(XB - Y_1)/(B + V)]/M_B$$

$$b_{1,2} = B^2(XB - Y_1)/[M_B(V + B)]$$

$i \neq 1$ e $(N + 1)$

$$b_{i,1} = [(X_{i+1} - X_i + V(Y_{i-1} - Y_i)/(B + V)]/M_I$$

$$b_{i,2} = B^2(Y_{i-1} - Y_i)/[M_I(B + V)]$$

G - Variáveis Manipuladas $M_1 = D$ e $M_2 = L/D$

- A derivada total de L/D é dada por :

$$d(L/D) = (D \cdot L^* - L \cdot D^*)/D^2 \quad \text{ou}$$

$$L^* = Dd(L/D) + L \cdot D^*/D \quad (4.42)$$

- Substituindo (4.42) nas equações (4.27) e (4.28), respectivamente, resulta em :

$$[XB - Y_1 + L(X_2 - Y_1)/D]D^* + D(X_2 - Y_1)d(L/D) \quad (4.43)$$

$$(Y_{i-1} - Y_i + \alpha_i V/D)D^* + \alpha_i Dd(L/D) \quad (4.44) *$$

- De acordo com a expressão (4.43) e (4.44), os elementos $b_{i,j}$ da matriz B , para $M_1 = L$ e $M_2 = V/B$, serão dados por :

$$b_{1,1} = [XB - Y_1 + L(X_2 - Y_1)/D]/M_B$$

$$b_{1,2} = D(X_2 - Y_1)/M_B$$

$i \neq 1$ e $(N + 1)$

$$b_{i,1} = (Y_{i-1} - Y_i + \alpha_i L/D)/M_I$$

$$b_{i,2} = \alpha_i D/M_I$$

H - Variáveis Manipuladas $M_1 = D/V$ e $M_2 = D$

- A derivada total de D/V é dada por :

$$d(D/V) = (V \cdot D^* - D \cdot V^*)/V^2 \quad \text{ou}$$

$$V^* = V \cdot D^*/D - V^2 d(D/V)/D \quad (4.45)$$

- Substituindo a equação (4.45) nas equações (4.30) e (4.31), respectivamente, resulta em :

$$V^2(Y_1 - X_2)d(D/V)/D + [XB - X_2 + V(X_2 - Y_1)/D]D^* \quad (4.46)$$

$$-\alpha V^2 d(D/V)/D + (Y_{i-1} - Y_i + \alpha(1 - V))/D]D^* \quad (4.47)*$$

- De acordo com a expressão (4.46) e (4.47), os elementos $b_{i,j}$ da matriz B , para $M_1 = L$ e $M_2 = V/B$, serão dados por :

$$b_{1,1} = -V^2(X_2 - Y_1)/(DM_B)$$

$$b_{1,2} = [(XB - X_2 + V(X_2 - Y_1)/D)]/M_B$$

$$i \neq 1 \text{ e } (N + 1)$$

$$b_{i,1} = -\alpha V^2/(DM_I)$$

$$b_{i,2} = (Y_{i-1} - Y_i + \alpha(1 - V/D))/M_I$$

I - Variáveis Manipuladas $M_1 = D/V$ e $M_2 = V$

- Se explicitarmos D^* na equação (4.45), teremos a seguinte equação :

$$D^* = Vd(D/V) + D \cdot V^*/V \quad (4.45.1)$$

- Substituindo a equação (4.45.1) nas equações (4.30) e (4.31), respectivamente, resulta em :

$$V(XB - X_2)d(D/V) + [D(XB - X_2)/V + (X_2 - Y_1)]V^* \quad (4.48)$$

$$(X_i - X_{i+1})Vd(D/V) + [\alpha_i + D(X_i - X_{i+1})/V]V^* \quad (4.49) *$$

- De acordo com a expressão (4.48) e (4.49), os elementos $b_{i,j}$ da matriz B , para $M_1 = L$ e $M_2 = V/B$, serão dados por :

$$b_{1,1} = V(XB - X_2)/M_B$$

$$b_{1,2} = [D(XB - X_2)/V + X_2 - Y_1]/M_B$$

$$i \neq 1 \text{ e } (N + 1)$$

$$b_{i,1} = V(X_i - X_{i+1})/M_I$$

$$b_{i,2} = [\alpha_i + D(X_i - X_{i+1})/V]/M_I$$

J - Variáveis Manipuladas $M_1 = D/V$ e $M_2 = L/B$

- Se substituirmos na equação (4.45) a equação (4.26.1), teremos a seguinte equação :

$$V^* = V^2 d(D/V)/L + V.L^*/L \quad (4.50)$$

- Subtraindo a equação (4.50) da equação (4.32.1) teremos a expressão de L^* ($L^* = V^* - D^*$) dada por :

$$L^* = V^2 d(D/V)/L - B^2 d(L/B)/L + (V + B)L^*/L, \text{ ou}$$

$$(L - V - B)L^* = V^2 d(D/V) - B^2 d(L/B), \text{ mas}$$

$$L - V - B = -(D + B) = F, \text{ assim}$$

$$L^* = B^2 d(L/B)/F - V^2 d(D/V)/F \quad (4.51)$$

- Substituindo a equação (4.50) na equação (4.32.1), resulta em :

$$D^* = B^2 D d(L/B)/(F.L) + B.V^2 d(D/V)/(F.L) \quad (4.52)$$

- Substituindo as equações (4.51) e (4.52) nas equações (4.27) e (4.28) resulta em :

$$\frac{V^2}{F} [B(XB - Y_1)/L + Y_1 - X_2] d(D/V) + \frac{B^2}{F} [X_2 - Y_1 + D(XB - Y_1)/L] d(L/B) \quad (4.53)$$

$$\frac{V^2}{F} [B(Y_{i-1} - Y_i)/L - \alpha_i] d(D/V) + \frac{B^2}{F} [\alpha_i + D(Y_{i-1} - Y_i)/L] d(L/B) \quad (4.54)$$

- De acordo com a expressão (4.53) e (4.54), os elementos $b_{i,j}$ da matriz B , para $M_1 = L$ e $M_2 = V/B$, serão dados por :

$$b_{1,1} = V^2 [B(XB - Y_1)/L + Y_1 - X_2]/(F.M_B)$$

$$b_{1,2} = B^2 [D(XB - Y_1)/L + X_2 - Y_1]/(F.M_B)$$

$i \neq 1$ e $(N + 1)$

$$b_{i,1} = V^2 [B(Y_{i-1} - Y_i)/L - \alpha_i]/(F.M_1)$$

$$b_{i,2} = B^2 [\alpha_i + D(Y_{i-1} - Y_i)/L]/(F.M_1)$$

K - Variáveis Manipuladas $M_1 = D/V$ e $M_2 = V/B$

- Substituindo a equação (4.26.1) na equação (4.45) e explicitando o L^* resulta em :

$$L^* = L.V^*/V - V d(D/V) \quad (4.55)$$

- Substituindo a equação (4.26.1) na equação (4.37) e explicitando o V^* resulta em :

$$V^* = B^2 d(V/B)/(V + B) + V.L^*/(V + B) \quad (4.56)$$

- Substituindo a equação (4.56) em (4.55) teremos a seguinte expressão de L^* :

$$L^* = LB^2 d(V/B)/(FV) - V(B+1)d(D/V)/F \quad (4.57)$$

- Substituindo a equação (4.55) na equação (4.56) teremos a seguinte expressão de V^* :

$$V^* = B^2 d(V/B)/F - V^2 d(D/V)/F \quad (4.58)$$

- Subtraindo a equação (4.58) da equação (4.57) teremos a seguinte expressão de D^* :

$$D^* = B^2 D d(V/B)/(F.V) + VB d(D/V)/F \quad (4.59)$$

- Substituindo as equações (4.59) e (4.57) nas equações (4.27) e (4.28) resulta em :

$$\frac{V[B(XB-Y_1)-(B+1)(X_2-Y_1)]d(D/V)+B^2[L(X_2-Y_1)+D(XB-Y_1)]d(V/B)}{F} \quad (4.60)$$

$$\frac{V[B(Y_{i-1}-Y_i)-(B+1)\alpha_i]d(D/V)+B^2[L\alpha_i+D(Y_{i-1}-Y_i)]d(V/B)}{F} \quad (4.61)$$

- De acordo com a expressão (4.60) e (4.61), os elementos $b_{i,j}$ da matriz B , para $M_1 = L$ e $M_2 = V/B$, serão dados por :

$$b_{1,1} = V[B(XB - Y_1) - (B + 1)(X_2 - Y_1)]/(F.M_B)$$

$$b_{1,2} = B^2[D(XB - Y_1) + L(X_2 - Y_1)]/(FV.M_B)$$

$i \neq 1$ e $(N + 1)$

$$b_{i,1} = V[B(Y_{i-1} - Y_i) - (B + V)\alpha_i]/(F.M_1)$$

$$b_{i,2} = B^2[D(Y_{i-1} - Y_i) + L\alpha_i]/(FV.M_1)$$

O teste de consistência exato, para colunas de destilação binárias com fluxos molares constantes, dos ganhos estáticos das configurações de controle, apresentadas na figura 1.5., é dado pela derivada parcial da equação (4.1) em relação a variável manipulada M_1 mantendo M_2 constante ou, vice-versa e sua expressão é a seguinte :

$$D(\partial YD/\partial M_1)_{M_2} + B(\partial XB/\partial M_1)_{M_2} = - (YD - XB)(\partial D/\partial M_1)_{M_2} \quad (4.62)$$

$$D(\partial YD/\partial M_2)_{M_1} + B(\partial XB/\partial M_2)_{M_1} = - (YD - XB)(\partial D/\partial M_2)_{M_1} \quad (4.63)$$

onde, $g_{11} = (\partial YD/\partial M_1)_{M_2}$ e $g_{21} = B(\partial XB/\partial M_1)_{M_2}$

$g_{12} = (\partial YD/\partial M_2)_{M_1}$ e $g_{22} = B(\partial XB/\partial M_2)_{M_1}$

- Reescrevendo as equações (4.62) e (4.63) em termos dos ganhos estáticos teremos as seguintes expressões representativas das consistências dos ganhos estáticos do sistema 2X2 :

$$T_1 = Dg_{11} + Bg_{21} + (YD - XB)(\partial D/\partial M_1)_{M_2} \quad (4.64)$$

$$T_2 = Dg_{12} + Bg_{22} + (YD - XB)(\partial D/\partial M_2)_{M_1} \quad (4.65)$$

Observação : - Para o teste da consistência dos ganhos estáticos das configurações de controle, apresentadas na figura 1.5, podemos utilizar T_1 ou T_2 ; portanto, se a obtenção de $(\partial D/\partial M_1)_{M_2}$ for mais fácil que a obtenção de $(\partial D/\partial M_2)_{M_1}$, escolheremos T_1 , caso contrário, optaremos por T_2 .

- Após a análise da facilidade da obtenção da diferencial parcial de D em relação à M_1 ou M_2 , para cada configuração de controle , escolhemos a seguinte expressão para o cálculo do teste de consistência :

PV	TESTE	M_i	M_j	$(\partial D / \partial M_i)_{M_j}$
*	T1	L	V	-1
A	T2	D	L	1
B	T1	D	V	1
C	T2	L/B	D	0
D	T1	L	L/B	$-B_o/L_o$
E	T2	V/B	D	0
F	T1	L	V/B	$-B_o/(B_o+V_o)$
G	T2	L/D	D	0
H	T2	D	D\ V	1
I	T2	V	D/V	D_o/V_o
J	T1	D/V	L/B	$B_o V_o^2/(F_o L_o)$
K	T1	D/V	V/B	$V_o B_o/F_o$

Figura 4.1 : Diferenciais Parciais de D .

Onde, PV = Par de variáveis manipuladas escolhidas ,

Observação : 1 - Vide a Figura 1.5 para a definição dos pares de variável controlada-variável manipulada ; de acordo com esta figura, se escolhermos o Teste " T1 " para PV = A , teremos que $M_i = M_1 = L$ e $M_j = M_2 = V$;

2 - O índice " o " indica os valores das variáveis no estado estacionário - Tabela 1.1 ;

3 - As diferenciais parciais de D, para PV igual a " * ", D, F, I, J, K, foram obtidas das equações (4.26.2), (4.32.1), (4.37), (4.45.1), (4.52) e (4.59), respectivamente .

4 . 3 . 1 - Resultados

Para o projeto de controle feedback interessa as interações iniciais e finais, entre as malhas de controle clássicas, correspondente às respostas, inicial e final, das variáveis controladas, após a ocorrência de uma perturbação nas variáveis manipuladas. Dessa forma, apresentaremos a seguir as expressões do número de condição inicial e final, respectivamente, resultantes da substituição da equação (4.24) na equação (4.23):

$$\gamma^*(\omega) = |\lambda_{11}(\omega)| + |1 - \lambda_{11}(\omega)| + [(|\lambda_{11}(\omega)| + |1 - \lambda_{11}(\omega)|)^2 - 1]^{0.5} \quad (4.66)$$

$$\gamma^*(0) = |\lambda_{11}(0)| + |1 - \lambda_{11}(0)| + [(|\lambda_{11}(0)| + |1 - \lambda_{11}(0)|)^2 - 1]^{0.5} \quad (4.67)$$

$$\lambda_{11}(\omega) = [1 - (G_{21}T_1 - G_{12}T_2)(G_{41}T_1 + G_{31}T_2) / ((G_{21}T_1 + G_{11}T_2)(G_{41}T_1 - G_{31}T_2))]^{-1} \quad (4.68)$$

$$\lambda_{11}(0) = [1 - g_{12} \times g_{21} / (g_{11} \times g_{22})]^{-1} \quad (4.69)$$

Onde: $\gamma^*(\omega) = \gamma^*(\tilde{G}(s=\omega))$ = Número de condição inicial (Teorema do Valor inicial [3]);

$\gamma^*(0) = \gamma^*(\tilde{G}(s=0))$ = Número de condição final (Teorema do Valor final [3]);

$\lambda_{11}(\omega) = \lambda_{11}(s=\omega)$ = ganho relativo inicial da malha $C_1 - M_1 / C_2 - M_2$ dado pela substituição da equação (3.20) na equação (3.18);

$\lambda_{11}(0) = \lambda_{11}(s=\omega)$ = ganho relativo final da malha $C_1 - M_1 / C_2 - M_2$ dado pela equação (3.18) para $\omega = 0$.

Nas conclusões do capítulo 3 consta que, os modelos dinâmicos reduzidos mais adequados são de segunda ordem com o zero calculado pela equação (3.26). Dessa forma, a matriz das funções de transferência genérica destes modelos dinâmicos reduzidos, para um par de variáveis manipulada M_1 e M_2 , pode ser expressa da seguinte forma :

$$\begin{bmatrix} YD^* \\ XB^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{g_{11}(1 + \tau_{n1}s)}{(\tau_{1e}s + 1)(\tau_{2e}s + 1)}; & \frac{g_{12}(1 + \tau_{n2}s)}{(\tau_{1e}s + 1)(\tau_{2e}s + 1)} \\ \frac{g_{21}(1 + \tau_{n3}s)}{(\tau_{1e}s + 1)(\tau_{2e}s + 1)}; & \frac{g_{22}(1 + \tau_{n4}s)}{(\tau_{1e}s + 1)(\tau_{2e}s + 1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1^* \\ M_2^* \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

Onde, τ_{n1} e τ_{n3} = as constantes de tempo em minutos obtidas pela equação (3.28), após uma perturbação de grau nos fluxos externos ($M_1^* = 10^{-4}$ e $M_2^* = 0$);

τ_{n2} e τ_{n4} = as constantes de tempo em minutos obtidas pela equação (3.28), após uma perturbação de grau nos fluxos externos ($M_2^* = 10^{-4}$ e $M_1^* = 0$);

g_{ij} = ganhos estáticos dados pela equação (3.10) ;

$\tau_{1e} = -1/E_1$ [min] e $\tau_{2e} = -1/E_2$ [min] ;

E_1 e E_2 = dois menores valores próprios da matriz A (Tabela 1 do Anexo 1) onde, $E_1 < E_2$.

Dessa forma, a expressão genérica do número de condição e do ganho relativo iniciais ($w = \infty$) dada pela equação (3.18), utilizando o modelo dinâmico reduzido, representado pela equação (4.70), para estas colunas de destilação, é dada por :

$$\gamma^*(\infty)_K = |\lambda_{11}(\infty)_K| + |1 - \lambda_{11}(\infty)_K| + [(|\lambda_{11}(\infty)_K| + |1 - \lambda_{11}(\infty)_K|)^2 - 1]^{0.5} \quad (4.71)$$

$$\lambda_{11}(\infty)_K = [1 - g_{12} \times g_{21} \times \tau_{n2} \times \tau_{n3} / (g_{11} \times g_{22} \times \tau_{n1} \times \tau_{n4})]^{-1} \quad (4.72)$$

Os resultados dos ganhos estáticos, do teste de consistência dos ganhos (T_1 ou T_2), dos ganhos relativos e do número de condição mínimo, para as configurações apresentadas na figura 1.5, para cada coluna de destilação da Figura 1.3, foram obtidos com o programa computacional em Fortran representado pelo fluxograma do Anexo 3. Acrescentando que, as equações (4.71) e (4.72) serão utilizadas para as colunas 3 e 4, pois estas colunas apresentam uma discordância entre as respostas obtidas pelo modelo rigoroso e o modelo dinâmico reduzido, representado pela equação (3.9), tanto nas mudanças dos fluxos internos como externos.

PV	g11	g12	g21	g22	Ti
*	.87549	-.86178	1.0845	-1.0982	-.198E-19
A	.01965	-.86178	-.0196	-1.0982	.199E-19
B	-.87549	.01965	-1.0845	-.0196	.198E-19
C	-.92169	.00682	-1.0970	-.0068	-.668E-16
D	.17288	-.07962	.1892	-.1014	-.269E-14
E	-.96294	.00682	-.9970	-.0068	-.668E-16
F	.12992	-.05819	.1945	-.0740	-.196E-14
G	-.78792	.00682	-1.1720	-.0068	-.668E-16
H	-.28055	-.78792	.2805	-1.1720	.128E-19
I	-2.80664	-.12288	-9.4771	-.1827	.201E-14
J	-1.77697	-.09661	-1.9454	-.0547	.279E-19
K	-1.44707	-.09072	-1.6948	-.0457	.224E-19

Tabela 4.1 : Ganhos Estáticos da Coluna 1

Obs. : - $T_i = T_1$ para PV = * (Tabela 1 - Anexo 1), A, D, F, H, J e K ;
- $T_i = T_2$ para PV = B, C, E, G e I.

PV	$\lambda_{11}(t=\infty)$	$\lambda_{11}(t=0)$	$\gamma^*(t=0)$	$\gamma^*(t=\infty)$
*	95.94	9.71	12.75	141.76
A	.56	-96.72	988.88	1.00
B	.45	98.07	990.29	1.00
C	.47	197.54	788.17	1.00
D	7.10	-8.05	94.16	26.95
E	.49	198.42	791.68	1.00
F	5.99	-5.70	24.74	19.28
G	.40	190.97	759.48	1.00
H	.60	5.29	19.09	1.00
I	5.98	945.80	1981.18	21.88
J	9.74	985.69	1540.77	12.88
K	4.70	505.28	2019.11	16.75

$\tau_1 = 193,4 \text{ min}$ e $\tau_2 = 17,1 \text{ min}$

Tabela 4.2: Ganho Relativo e Número de Condição Mínimo - Coluna 1.

PV	g11	g12	g21	g22	Ti
*	1.74758	-1.71671	.0022	-.0059	-.868E-14
A	.09087	-1.71671	-.0091	-.0059	.879E-14
B	-1.74758	.09087	-.0022	-.0091	.868E-14
C	-1.76452	.02803	-.8990	-.0028	-.125E-15
D	.70016	-.60771	.3498	-.3204	-.359E-14
E	-1.82989	.02803	-.8998	-.0028	-.125E-15
F	.49911	-.42516	.2498	-.2242	-.259E-14
G	-.98520	.00284	-.9845	-.0002	-.128E-16
H	-1.96678	-.98520	.1992	-.9845	.549E-14
I	-4.29090	-.09554	-2.1842	-.0974	.219E-15
J	-4.10381	-.09054	-2.0505	-.0922	.208E-15
K	-9.91689	-.02990	-1.9757	-.0908	.198E-15

Tabela 4.3 : Ganhos Estáticos da Coluna 2

PV	$\lambda_{11}(t=\infty)$	$\lambda_{11}(t=0)$	$\gamma^*(t=0)$	$\gamma^*(t=\infty)$
*	47.49	9.99	11.29	187.94
A	.84	-190.46	769.86	1.00
B	.16	194.29	775.17	1.00
C	.17	215.85	861.41	1.00
D	19.02	.66	1.00	74.09
E	.17	222.98	887.59	1.00
F	19.56	.55	1.00	52.29
G	.09	1245.05	4978.19	1.00
H	.94	4.99	17.88	1.00
I	1.96	488.82	1959.26	5.67
J	1.90	512.42	2047.68	5.40
K	1.92	529.46	2091.82	5.50

$\tau_1 = 252,4 \text{ min}$ e $\tau_2 = 15,0 \text{ min}$

Tabela 4.4: Ganho Relativo e Número de Condição Mínimo - Coluna 2.

PV	g11	g12	g21	g22	Ti
*	1.60306	-1.60079	.01866	-.0214	-.822E-15
A	.00227	-1.60079	-.00289	-.0214	.111E-14
B	-1.60306	.00227	-.01866	-.0028	.822E-15
C	-1.61232	.00101	-.00685	-.0012	-.190E-16
D	.26259	-.11582	.00067	-.0015	-.171E-15
E	-1.61989	.00101	.00226	-.0012	-.190E-16
F	.19289	-.08489	-.00027	-.0011	-.140E-15
G	-1.58961	.00126	-.08549	-.0015	-.215E-16
H	-.04427	-1.58961	.05521	-.0854	.296E-15
I	-5.27727	-.26799	-.06142	-.0069	.899E-16
J	-2.84516	-.06992	-.00721	-.0014	.187E-14
K	-2.95585	-.05907	-.01802	-.0011	.122E-14

Tabela 4.5 : Ganhos Estáticos da Coluna 3

PV	$\lambda_{11}(t=\infty)$	$\lambda_{11}(t=0)$	$\lambda_{11}(t=0)_K$	$\gamma^*(t=0)$	$\gamma^*(t=0)_K$	$\gamma^*(t=\infty)$
*	7.58	9.74	2.07	12.87	6.10	28.08
A	.01	-9.86	.02	15.97	1.00	1.00
B	.99	9.94	.99	19.70	1.00	1.00
C	1.00	9.47	1.00	11.81	1.00	1.00
D	1.29	1.01	1.19	1.17	2.01	2.54
E	1.00	.99	1.00	1.00	1.05	1.07
F	.91	.96	.94	1.00	1.00	1.00
G	.98	10.62	.99	40.47	1.00	1.00
H	.02	.12	.09	1.00	1.00	1.00
I	2.09	11.85	1.45	45.97	9.52	6.21
J	1.12	9.70	1.07	12.71	1.69	2.00
K	1.52	11.79	1.26	45.19	2.65	9.89

$\tau_1 = 29,0$ min e $\tau_2 = 10,1$ min ; $\tau_{1e} = 24,0$ e $\tau_{2e} = 8,0$ min
 $\tau_{n1} = 3,51$ min, $\tau_{n2} = 2,12$ min, $\tau_{n3} = 18,34$ min e $\tau_{n4} = 18,62$ min

Tabela 4.6: Ganho Relativo e Número de Condição Mínimo - Coluna 3.

PV	g_{11}	g_{12}	g_{21}	g_{22}	T_i
*	.02094	-.01915	1.1249	-1.1256	.189E-14
A	.00719	-.01915	-.0019	-1.1256	-.122E-14
B	-.02094	.00719	-1.1249	-.0019	-.189E-14
C	-.00772	.00605	-.9975	-.0011	.442E-15
D	.05619	-.04125	4.1925	-3.5912	.442E-14
E	-.02362	.00605	-1.1297	-.0011	.442E-15
F	.01622	-.00760	.7717	-.6509	.145E-14
G	-.00287	.00114	-1.1276	-.0002	.917E-16
H	-.00671	-.00287	.0012	-1.1276	-.951E-15
I	-.00781	-.00118	-.4917	-.4699	-.227E-15
J	-.00828	-.00199	-.6182	-.4867	-.800E-15
K	-.00934	-.00084	-.9690	-.9289	-.815E-15

Tabela 4.7 : Ganhos Estáticos da Coluna 4

PV	$\lambda_{11}(t=\infty)$	$\lambda_{11}(t=0)$	$\lambda_{11}(t=0)_K$	$\gamma^*(t=0)$	$\gamma^*(t=0)_K$	$\gamma^*(t=\infty)$
*	2.82	1.29	1.42	2.50	3.97	9.18
A	1.00	.06	1.00	1.00	1.00	1.00
B	.00	1.66	.01	4.49	1.00	1.00
C	.00	.54	.00	1.00	1.00	1.00
D	7.80	2.50	1.66	7.86	4.41	29.15
E	.00	2.44	.01	7.61	1.00	1.00
F	2.25	.89	1.34	1.00	3.02	6.86
G	.00	1.44	.00	9.49	1.00	1.00
H	1.00	1.69	1.00	4.52	1.00	1.00
I	1.16	2.58	1.07	8.18	1.68	2.20
J	1.25	9.12	1.10	10.40	1.87	2.64
K	1.11	2.59	1.05	7.99	1.54	1.92

$\tau_1 = 71,0$ min e $\tau_2 = 30,0$ min ; $\tau_{1e} = 82,0$ e $\tau_{2e} = 8,0$ min
 $\tau_{n1} = 7,99$ min, $\tau_{n2} = 7,99$ min, $\tau_{n3} = 19,64$ min e $\tau_{n4} = 43,14$ min

Tabela 4.8: Ganho Relativo e Número de Condição Mínimo - Coluna 4.

PV	g11	g12	g21	g22	Ti
*	1.07999	-1.07299	.9256	-.9266	.116E-12
A	.00100	-1.07299	-.0010	-.9266	-.116E-12
B	-1.07998	.00100	-.9256	-.0010	-.116E-12
C	-1.07180	.00050	-.9266	-.0005	-.998E-16
D	2.96427	-1.18164	2.0401	-1.0205	.255E-12
E	-1.07598	.00050	-.9242	-.0005	-.998E-16
F	.49821	-.21861	.9766	-.1888	.471E-19
G	-1.07247	.00050	-.9271	-.0005	-.998E-16
H	-.00106	-1.07247	.0010	-.9271	-.116E-12
I	-.78074	-.73760	-.6729	-.6376	-.795E-19
J	-1.24959	-.58996	-1.0782	-.5099	-.195E-12
K	-.99110	-.18440	-.9957	-.1594	-.420E-19

Tabela 4.9 : Ganhos Estáticos da Coluna 5

PV	$\lambda_{11}(t=\infty)$	$\lambda_{11}(t=0)$	$\gamma^*(t=0)$	$\gamma^*(t=\infty)$
*	498.46	1.29	2.51	1991.84
A	.46	-98790.09	994922.11	1.00
B	.54	98716.69	994864.51	1.00
C	.54	197949.51	789396.04	1.00
D	1097.97	-108701.79	494808.92	4987.50
E	.54	197975.94	789499.96	1.00
F	209.40	-20097.57	80992.28	811.58
G	.54	197460.24	789838.95	1.00
H	.46	99979.82	979517.27	1.00
I	942.99	271769.50	1087075.99	1969.95
J	585.92	592508.92	190091.29	2941.67
K	141.65	191064.96	524257.86	576.61

$\tau_1 = 2996,0 \text{ min}$ e $\tau_2 = 4,0 \text{ min}$

Tabela 4.10: Ganho Relativo e Número de Condição Mínimo - Coluna 5.

PV	g11	g12	g21	g22	Ti
*	.86499	-.86469	1.1946	-1.1949	-.365E-12
A	.00029	-.86469	-.0002	-1.1949	.964E-12
B	-.86499	.00029	-1.1946	-.0002	.965E-12
C	-.86594	.00015	-1.1936	-.0001	.127E-15
D	.16437	-.08204	.2150	-.1076	-.689E-19
E	-.86689	.00015	-1.1927	-.0001	.127E-15
F	.11929	-.05947	.1558	-.0780	-.498E-19
G	-.86915	.00015	-1.1964	-.0001	.127E-15
H	-.00577	-.86915	.0057	-1.1964	.966E-12
I	-2.71174	-.19766	-9.5570	-.1812	.589E-19
J	-1.61549	-.04095	-2.1196	-.0539	.677E-12
K	-1.95679	-.09442	-1.7775	-.0459	.570E-12

Tabela 4.11 : Ganhos Estáticos da Coluna 6

PV	$\lambda_{11}(t=\infty)$	$\lambda_{11}(t=0)$	$\gamma^*(t=0)$	$\gamma^*(t=\infty)$
*	1672.54	9.64	12.46	6688.17
A	.57	-224326.02	897806.10	1.00
B	.49	224345.18	897978.70	1.00
C	.49	448829.15	1795290.62	1.00
D	817.88	-21901.91	85209.69	1269.92
E	.49	448939.56	1795732.22	1.00
F	290.55	-15446.40	61787.60	920.20
G	.49	448479.80	1793915.19	1.00
H	.57	11426.85	45705.40	1.00
I	267.12	776746.84	3106985.36	1066.47
J	157.98	873812.27	3495247.10	629.94
K	202.66	1121660.44	4486699.74	808.62

$\tau_1 = 20332,0 \text{ min}$ e $\tau_2 = 30,0 \text{ min}$

Tabela 4.12:Ganho Relativo e Número de Condição Mínimo - Coluna 6.

PV	g11	g12	g21	g22	Ti
*	.12298	-.12105	2.1230	-2.1261	-.182E-13
A	.00192	-.12105	-.0030	-2.1261	.192E-13
B	-.12298	.00192	-2.1230	-.00306	.182E-13
C	-.17824	.00074	-2.0343	-.00118	.484E-16
D	.00586	-.00152	.0661	-.02671	-.480E-15
E	-.18517	.00074	-2.0241	-.00118	.484E-16
F	.00556	-.00140	.0607	-.02463	-.415E-15
G	-.08388	.00118	-2.1852	-.00188	.810E-16
H	-.48780	-.08388	.7759	-2.1852	.217E-13
I	-1.53424	-.00419	-26.4870	-.10754	.102E-14
J	-.91264	-.00071	-10.2922	-.01907	.755E-13
K	-.61622	-.00062	-10.1858	-.01602	.888E-13

Tabela 4.13 : Ganhos Estáticos da Coluna 7

PV	$\lambda_{11}(t=\infty)$	$\lambda_{11}(t=0)$	$\gamma^*(t=0)$	$\gamma^*(t=\infty)$
*	58.60	12.86	49.49	292.40
A	.92	-69.19	254.77	1.00
B	.08	65.19	258.52	1.00
C	.12	295.87	941.48	1.00
D	2.79	-2.44	11.67	9.07
E	.19	249.75	979.01	1.00
F	2.65	-2.30	11.11	8.47
G	.06	74.48	295.91	1.00
H	.94	1.39	9.27	1.00
I	2.96	825.65	3300.60	9.75
J	1.72	1044.92	4177.70	4.67
K	2.74	1957.00	7826.00	8.89

$\tau_1 = 150,0 \text{ min}$ e $\tau_2 = 30,0 \text{ min}$

Tabela 4.14:Ganho Relativo e Número de Condição Mínimo - Coluna 7.

4 . 3 . 2 - Conclusões

Os resultados apresentados nas Tabelas 4.1 à 4.14 são parâmetros que possibilitam a escolha da configuração de controle para as colunas teste (Tabela 1.1) . De acordo com os critérios apresentados no Capítulo 1, para a escolha do par de variável manipulada (M_1 e M_2) a associação de YD com M_1 e XB com M_2 deve resultar em ganhos estáticos elevados; as interações entre as malhas de controle devem ser fracas, ou seja, o valor do ganho relativo inicial deve ser bem próximo de um [9]; finalmente, o número de condição mínimo inicial deve ser bem próximo de um [26] e, isto, resultaria em malhas de controle clássicas robustas. Dessa forma, analisando os valores dos parâmetros estáticos e dinâmicos apresentados nas Tabelas 4.1 à 4.14, as seguintes conclusões :

1) As configurações de controle mais adequadas ao controle clássico dual das colunas 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 são L/V, L\L/B, D\V, L/V, L/V, L/V, S(D/V)/D , respectivamente .

2) As colunas 1, 2 e 3 representam a mesma coluna (vide Tabela 1.1), entretanto, com diferentes condições de operação; dessa forma, verificamos que a configuração de controle mais insensível as mudanças nas condições de operação é a L/V , pois o valor do número de condição , quando mudamos as condições de operação desta coluna, praticamente, permanece o mesmo .

3) As colunas de alta pureza, colunas 5 e 6, oferecem uma única possibilidade, dentre as configurações de controle estudadas, para o controle de YD e XB, ou seja, o emparelhamento destas variáveis às variáveis L e V, respectivamente.

4) As colunas de média pureza (colunas 1 ou 2 ou 3) apresentam uma maior flexibilidade na escolha das configurações de controle. No caso de trabalharmos nas condições operacionais estacionárias da coluna 2 e 3, teríamos outras configurações de controle possíveis, tais como, $L \setminus L/B$ ou $L \setminus V/B$ ou $S(D/V)/D$ e D/V ou $L \setminus L/B$ ou $D \setminus V/B$ ou $L \setminus V/B$, respectivamente.

5) A comparação entre os valores dos ganhos relativos iniciais obtidos pelas equações (4.68) - $\lambda^*(t=0)$ e (4.72) - $\lambda(t=0)_K$, para as colunas 3 e 4, evidenciam a necessidade do cálculo dos zeros dos modelos dinâmicos reduzidos pela equação (3.26), quando houver uma discordância entre as respostas obtidas por estes modelos e as do modelo rigoroso, para perturbações nas entradas.

4.4 - SISTEMAS DE CONTROLE DESACOPLADOS

Os sistemas de controle desacoplados são os sistemas de controle multi-malhas clássicos com a adição de controladores denominados desacopladores [3], para sistemas de controle 2X2, a representação através de diagrama de blocos é dada por :

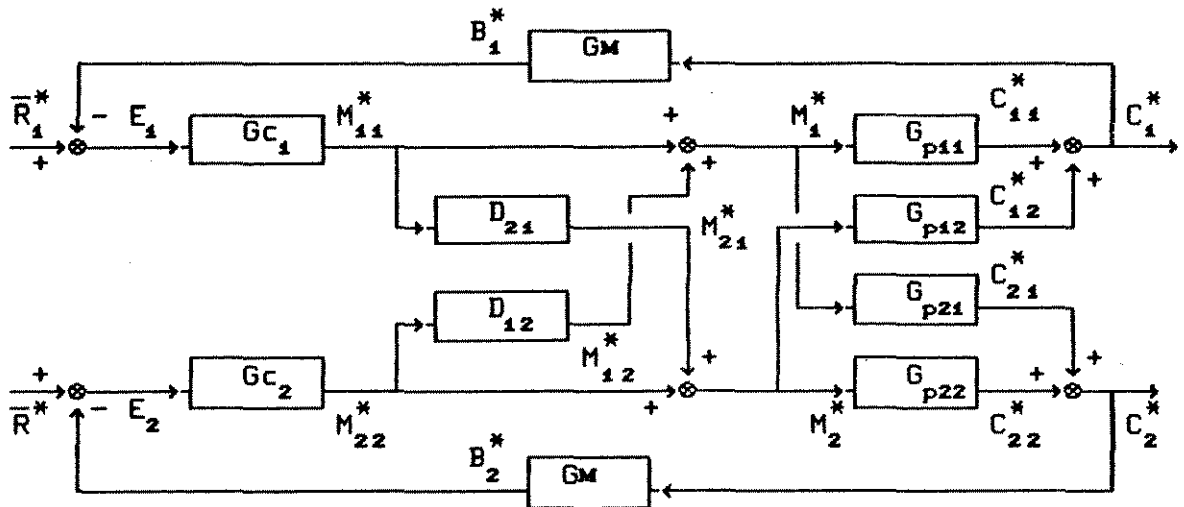


Figura 4.2: Sistema de Controle Desacoplado da Malha C_1-M_1/C_2-M_2 .

onde, D_{11} e D_{22} = Desacopladores da interferência da malha de controle 1 (C_1-M_1) sobre a variável controlada C_2 e da interferência da malha de controle 2 (C_2-M_2), respectivamente ;

$G_{p_{ij}} = \tilde{G}_{ij}(s)$ = obtida do modelo dinâmico da coluna de destilação ;

G_{c_1} e G_{c_2} = função de transferência dos controladores clássicos das malhas de controle 1 e 2, respectivamente, dadas pela equação (1.2) .

Os benefícios oferecidos pelo esquema alternativo, para eliminar as interações entre as malhas de controle, são, principalmente, permitir o estudo das características da estabilidade do sistema de controle global através das características da estabilidade das malhas de controle fechadas individuais e as mudanças no set-point de uma variável controlada não têm efeito sobre as demais variáveis controladas.

A determinação da expressão genérica das funções de transferência dos desacopladores da figura 4.19, segue o seguinte princípio, o sinal de interferência (M_{11}), resultante do controle de C_1 pelo controlador G_{c1} , sobre o controle de C_2 , deve ser cancelado pelo desacoplador D_{21} e o sinal de interferência (M_{22}) sobre C_1 , resultante do controle C_2 pelo controlador G_{c2} , deve ser cancelado por D_{12} . De acordo com este princípio, teremos as seguintes equações:

$$\tilde{G}_{21}M_{11} + \tilde{G}_{22}M_{21} = 0 \quad (4.73)$$

$$\tilde{G}_{12}M_{22} + \tilde{G}_{11}M_{12} = 0 \quad (4.74)$$

- Substituindo $M_{21} = D_{21}M_{11}$ e $M_{12} = D_{12}M_{22}$ resulta em:

$$\tilde{G}_{21}M_{11} + \tilde{G}_{22}D_{21}M_{11} = 0 \quad (4.75)$$

$$\tilde{G}_{12}M_{22} + \tilde{G}_{11}D_{12}M_{22} = 0 \quad (4.76)$$

- Resolvendo as equações (4.75) e (4.76) para D_{21} e D_{12} resulta nas expressões dos Desacopladores Ideais (\tilde{G}_{ij} = modelo dinâmico

perfeito) .

$$D_{21} = - \tilde{G}_{21}(s) / \tilde{G}_{22}(s) \quad (4.77)$$

$$D_{12} = - \tilde{G}_{12}(s) / \tilde{G}_{11}(s) \quad (4.78)$$

- Para as colunas 1, 2 , 5, 6 e 7, as expressões analíticas aproximadas dos desacopladores podem ser obtidas através do modelo dinâmico reduzido dado pela equação (3.9), assim :

$$D_{21} = - g_{21}(1 + Fs) / [g_{22}(1 + Hs)] \quad (4.79)$$

$$D_{12} = - g_{12}(1 + Ds) / [g_{11}(1 + Bs)] \quad (4.80)$$

- Para as colunas 3 e 4 as expressões analíticas aproximadas dos desacopladores podem ser obtidas através do modelo dinâmico reduzido dado pela equação (4.70), assim :

$$D_{21} = - g_{21}(1 + \tau_{n3}s) / [g_{22}(1 + \tau_{n4}s)] \quad (4.81)$$

$$D_{12} = - g_{12}(1 + \tau_{n2}s) / [g_{11}(1 + \tau_{n1}s)] \quad (4.82)$$

Observação: - As funções de transferência apresentadas pelas equações (4.79) à (4.82), representativas dos desacopladores, evidenciam a importância da expressão correta para o cálculo dos zeros dos modelos dinâmicos reduzidos, pois os desacopladores são funções explícitas destes zeros .

- Para F e H e/ou D e B ou τ_{n3} e τ_{n4} e/ou τ_{n2} e τ_{n1} , praticamente, iguais a zero teremos os denominados " Desacopladores estáticos " ;

- Para g_{21} ou g_{12} , praticamente, igual a zero teremos o sistema de controle com desacoplamento parcial .

5. CONCLUSÕES

Mesmo tendo sido apresentado nos capítulos precedentes os comentários e as conclusões sobre seus resultados, optou-se por fazer uma síntese global para facilitar a análise de todos os resultados obtidos anteriormente.

No capítulo 2, através do desempenho de malhas de controle feedforward com controladores estáticos, derivados dos modelos short-cut, verificou-se que estes modelos são aplicáveis satisfatoriamente a colunas de média e baixa pureza. Acrescentando que os modelos de Eduljee [12] e Jafarey e McAvoy [12] são os mais adequados ao controle feedforward, que visa minimizar o consumo energético da coluna, pois fornecem leis de controle, que correlacionam de forma mais exata o fluxo de vapor - V - a composição do componente leve na alimentação - Z - da coluna de destilação.

A análise dos modelos dinâmicos reduzidos, propostos por Skogestad e Morari [7], foi realizada pela comparação das respostas fornecidas por estes modelos, para uma dada variação nos fluxos externos ou internos de diversas colunas testes (Tabela 1.1), com as respostas fornecidas pelo modelo dinâmico rigoroso constituído pelo balanço de massa prato a prato. Desta comparação, verificou-se que, quando os fluxos internos eram variados, as respostas obtidas, pelo modelo dinâmico rigoroso, apresentavam uma sobre-elevação o que caracteriza um sistema de segunda ordem com um zero e não de primeira ordem como havia sido proposto pelos autores. Entretanto, como na prática é muito difícil variar somente os fluxos internos, sem que haja uma alteração nos fluxos externos, os modelos de primeira ordem são satisfatórios para as proposta de controle feedback dual da

maioria das colunas de destilação, pois o controle das composições de saída é realizado na prática pela manipulação dos fluxos externos. De uma forma geral, deve-se trabalhar com modelos de segunda ordem com zero ($-1/\tau_n$) e verificar se o valor de τ_n não é próximo da constante de tempo dos fluxos externos, para manipulações nos fluxos externos, ou da constante de tempo dos fluxos internos, para manipulações nos fluxos internos. Assim sendo, poderíamos utilizar o modelo de segunda ordem com o zero calculado da forma proposta pela equação (3.9). Este procedimento deve ser adotado pois, para as colunas teste 3 e 4, após a perturbação degrau nos fluxos externos, a resposta inicial fornecida pelo modelo, proposto pelos autores, discorda, razoavelmente, da resposta fornecida pelo modelo rigoroso, enquanto que, a resposta fornecida pelo modelo de segunda ordem com zero calculado pela equação (3.26) praticamente coincide com a resposta fornecida pelo modelo rigoroso. Além disso, é importante destacar que as colunas teste 3 e 4 possuem os valores das constantes de tempo dos fluxos externos e internos muito próximos e, isto indica que os zeros dos modelos dinâmicos reduzidos devem ser calculados pela equação (3.26), para se obter uma concordância adequada entre a resposta fornecida por estes modelos e o modelo rigoroso. Consequentemente, o procedimento mais adequado é calcularmos os zeros ($-1/\tau_{ni}$), para mudanças nos fluxos externos e internos, e verificarmos a proximidade do valor de τ_{ni} das constantes de tempo dos fluxos externos e dos fluxos internos, respectivamente e, dessa forma, poderemos escolher com maior segurança entre o modelo dinâmico reduzido de primeira ordem ou o de segunda ordem com zero.

No capítulo 4, verificamos a aplicação dos modelos estáticos short-cut ao cálculo dos ganhos estáticos e, através da comparação dos resultados obtidos com estes modelos aos resultados exatos (Tabela 1 - Anexo 1), verificamos que o modelo estático, proposto por Eduljee [12], é o mais adequado para a obtenção dos ganhos estáticos de sistemas de controle 2X2 com configuração L/V .

A aplicação dos modelos dinâmicos reduzidos ao cálculo de parâmetros essenciais ao projeto de controle clássico dual, tais como, o ganho relativo e número de condição iniciais, permitiu a previsão da melhor configuração de controle dual (vide Figura 1.5) para uma determinada coluna teste (Tabela 1.1). Dessa forma, verificamos que as colunas de alta pureza (colunas teste 5 e 6) apresentam somente uma opção de configuração de controle - L/V , pois para outras configurações de controle as malhas de controle clássica seriam extremamente sensíveis aos erros de modelagem e às mudanças nas condições de operação. Esta conclusão decorre do fato do número de condição inicial ser extremamente elevado para configurações de controle estudadas, exceto, a configuração L/V . Por outro lado, as colunas de média pureza (colunas teste 1 ou 2 ou 3) ou, com somente o produto de topo extremamente puro (coluna teste 7), são mais fáceis de controlar, como deduzimos do valor do número mínimo inicial que, para várias configurações de controle, é próximo de um .

A importância do cálculo correto do zero do modelo dinâmico reduzido ficou evidenciada pela diferença dos valores do número de condição mínimo inicial calculado com a equação (4.66) e com a equação (4.71), para as colunas teste 3 e 4 (vide Tabela 4.6 e 4.8).

ANEXO 1.

A - Modelo não linear da Coluna de Destilação Binária representada pela Figura 1.3

- Balanço de massa no reboador :

$$M_B X_B = L_1 X_2 - VY_1 - BXB$$

- Balanço de massa para $i = 2, N_F - 1$

$$M_i X_i = L_1 X_{i+1} + VY_{i-1} - L_1 X_i - VY_i$$

- Balanço de massa para $i = N_F$

$$M_i X_i = L_1 X_{i+1} + VY_{i-1} - L_1 X_i - VY_i + FVY_F$$

- Balanço de massa para $i = N_F + 1$

$$M_i X_i = L_1 X_{i+1} + VY_{i-1} - L_1 X_i - VY_i + FVY_F$$

- Balanço de massa para $i = N_F + 2, N$

$$M_i X_i = L_1 X_{i+1} + VY_{i-1} - L_1 X_i - VY_i$$

- Balanço de massa para o condensador total

$$M_D Y_D = VY_{i-1} - LXD - DXD \rightarrow XD = YD$$

- Considerando a volatilidade relativa constante, teremos o equilíbrio líquido vapor (EQL) de todos os Vestágios dado por :

$$Y_i = VRX_i / [1 + (VR - 1)X_i]$$

- Considerando os fluxos molares constantes em cada estágio, no refeedor e no condensador :

$$L_1 = L + F_L \quad e \quad V_1 = V + F_v$$

$$F_L = F \cdot Q_F \quad e \quad F_v = F(1 - Q_F)$$

$$D = V_1 - L \quad e \quad B = L_1 - V$$

$$FZ = F_L X_F + F_v Y_F \quad e \quad Y_F = VR X_F / [1 + (VR - 1) X_F]$$

onde , $X_i = dX_i/dt$ (taxa de variação de X_i com o tempo) ;

t = tempo em minutos ;

X_i = fração molar do componente leve na fase líquida do estágio " i " ;

N_F = número do estágio da alimentação ;

F_L = fração total de líquido no fluxo da alimentação ;

F_v = fração total de vapor no fluxo da alimentação ;

Q_F = estado físico da alimentação (qualidade da alimentação) ;

Y_F = fração molar do componente leve na fase líquida na alimentação ;

X_F = fração molar do componente leve na fase vapor da alimentação ;

VR = volatilidade relativa ;

$M_I = M_B = M_D$ = Holdup de líquido em cada estágio .

Obs. : A alimentação da coluna é no estado líquido saturada ($Q_F = 1$), assim , $Y_F = 0$ e $X_F = Z$ e não sofre variações com o tempo ($dF/dt = 0$ e $dZ/dt = 0$) .

B - Modelo Linearizado da Coluna de Destilação Binária

Para obtermos o modelo linearizado utilizaremos o método matemático de expansão das variáveis não lineares na Série de Taylor, truncada no primeiro termo, assim como a única variável não linear é Y_i , teremos Y_i linearizado dado por :

$$Y_i^* = K_i X_i^*$$

onde, $K_i = VR/[1 + (VR - 1)X_i]^2$;

$$Y_i^* = Y_i(t) - Y_i \quad \text{e} \quad X_i^* = X_i(t) - X_i \quad (\text{Variáveis Desvio}).$$

X_i e Y_i = frações molares das fase líquidas e vapor do estado estacionário, respectivamente, no estágio " i " .

Substituindo a expressão de Y_i^* linearizado nas equações diferenciais ordinárias não lineares, resulta no modelo linear, dado pelas seguintes EDOs linearizadas :

- Balanço de massa no refeedor :

$$M_B \dot{X}_B^* = L_1 X_2^* - (VK_1 + B) X_B^* + (X_2 - X_B Y) L^* + (X_B - Y_1) V^*$$

- Balanço de massa para $i = 2, N^* - 1$

$$M_i \dot{X}_i^* = L_1 X_{i+1}^* - (L_1 + K_i V) X_i^* + K_{i-1} V X_{i-1}^* + (X_{i+1} - X_i) L^* + (Y_{i-1} - Y_i) V^*$$

- Balanço de massa para $i = N^*$

$$M_i \dot{X}_i^* = L X_{i+1}^* - (L_1 + K_i V) X_i^* + K_{i-1} V X_{i-1}^* + (X_{i+1} - X_i) L^* + (Y_{i-1} - Y_i) V^*$$

- Balanço de massa para $i = N + 1$

$$M_1 \dot{X}_i^* = L X_{i+1}^* - (L + K_i V_1) X_i^* + K_{i-1} V X_{i-1}^* + (X_{i+1} - X_i) L^* + (Y_{i-1} - Y_i) V^*$$

- Balanço de massa para $i = N + 2, N$

$$M_1 \dot{X}_i^* = L X_{i+1}^* - (L + K_i V_1) X_i^* + K_{i-1} V X_{i-1}^* + (X_{i+1} - X_i) L^* + (Y_{i-1} - Y_i) V^*$$

- Balanço de massa para o condensador total ($Y_N = X_D = Y_D$)

$$M_D \dot{Y}_D^* = V_1 K_{i-1} X_{i-1}^* - V_1 X_D^*$$

Se escrevermos as EDOs linearizadas na forma matricial, teremos as expressões da dinâmica das composições de saída (Y_D e X_B), diretamente, fornecidas pelas seguintes equações :

$$\dot{X}^* = A X^* + B U^*$$

$$Y^* = C X^*$$

onde, I é a matriz identidade

$$X^* = [X_B^*, X_2^*, \dots, Y_D^*]^T$$

$$U^* = [L^*, V^*]^T$$

$$Y^* = [Y_D^*, X_B^*]^T$$

$A = (a_{ij})$ é uma matriz tridiagonal

$B = (b_{ij})$ é uma matriz $(N + 1) \times 2$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{2 \times (N+1)}$$

Os elementos das matrizes A e B , $a_{i,j}$ e $b_{i,j}$, respectivamente, são calculados pelas seguintes expressões analíticas :

- Matriz A Tridiagonal : - coeficientes dos outputs da coluna destilação (X_i).

$$a_{1,2} = L_1/M_D ; \quad a_{1,1} = -(B + VK_1)/M_D ;$$

$$a_{NF,NF+1} = L/M_I ; \quad a_{NF,NF} = -(L_1 + VK_{NF})/M_I ; \quad a_{NF,NF-1} = VK_{NF-1}/M_I ;$$

$$a_{NF+1,NF+2} = L/M_I ; \quad a_{NF+1,NF+1} = -(L + V_1 K_{NF})/M_I ; \quad a_{NF+1,NF} = VK_{NF}/M_I ;$$

$$a_{N+1,N+1} = -V_1/M_D ; \quad a_{N+1,N} = V_1 K_N/M_D ;$$

$$i = 2, NF-1$$

$$a_{i,i+1} = L_1/M_I ; \quad a_{i,i} = -(L_1 + K_i V)/M_I ; \quad a_{i,i-1} = K_{i-1} V/M_I ;$$

$$i = NF+2, N$$

$$a_{i,i+1} = L/M_I ; \quad a_{i,i} = -(L + K_i V_1)/M_I ; \quad a_{i,i-1} = K_{i-1} V_1/M_I ;$$

- Matriz B : - coeficientes dos inputs da coluna de destilação (L^* , V^*)

$$b_{1,1} = (X_B - X_B)/M_D ; \quad b_{N+1,1} = 0, 0 ;$$

$$b_{1,2} = (X_B - Y_1)/M_D ; \quad b_{N+1,2} = 0, 0 ;$$

$$i \neq 1 \text{ e } (N + 1)$$

$$b_{i,2} = (Y_{i-1} - Y_i)/M_I ;$$

$$b_{i,1} = (X_{i+1} - X_i)/M_I ;$$

Onde, $N + 1$ = Número total de estágios incluindo o condensador .

C - Parâmetros do Modelo Dinâmico Reduzido para várias Colunas de Destilação Binária

NC	g_{11}	g_{12}	g_{21}	g_{22}	τ_{10}	τ_1	τ_2	τ_{20}
1	0,875	-0,862	1,085	-1,098	194	193	15	12
2	1,748	-1,717	0,902	-0,905	250	252	15	11
3	1,603	-1,601	0,019	-0,021	24	29	10	8
4	0,020	-0,013	1,124	-1,126	82	71	30	8
5	1,074	-1,073	0,926	-0,927	2996	2996	4	5
6	0,866	-0,866	1,136	-1,136	20333	20332	30	20
7	0,123	-0,121	2,123	-2,126	154	150	30	23

Tabela 1 : Ganhos Estáticos e Constantes de Tempo dos Fluxos Externos e Internos de Colunas de Destilação Binárias Simples [7] .

Onde, $g_{11} = YD^*/(L^*/F)|_{s=0}$ e $g_{12} = YD^*/(V^*/F)|_{s=0}$;

$g_{21} = XB^*/(L^*/F)|_{s=0}$ e $g_{22} = XB^*/(V^*/F)|_{s=0}$;

$\tau_{10} = -1/\epsilon_1(A)$ [min];

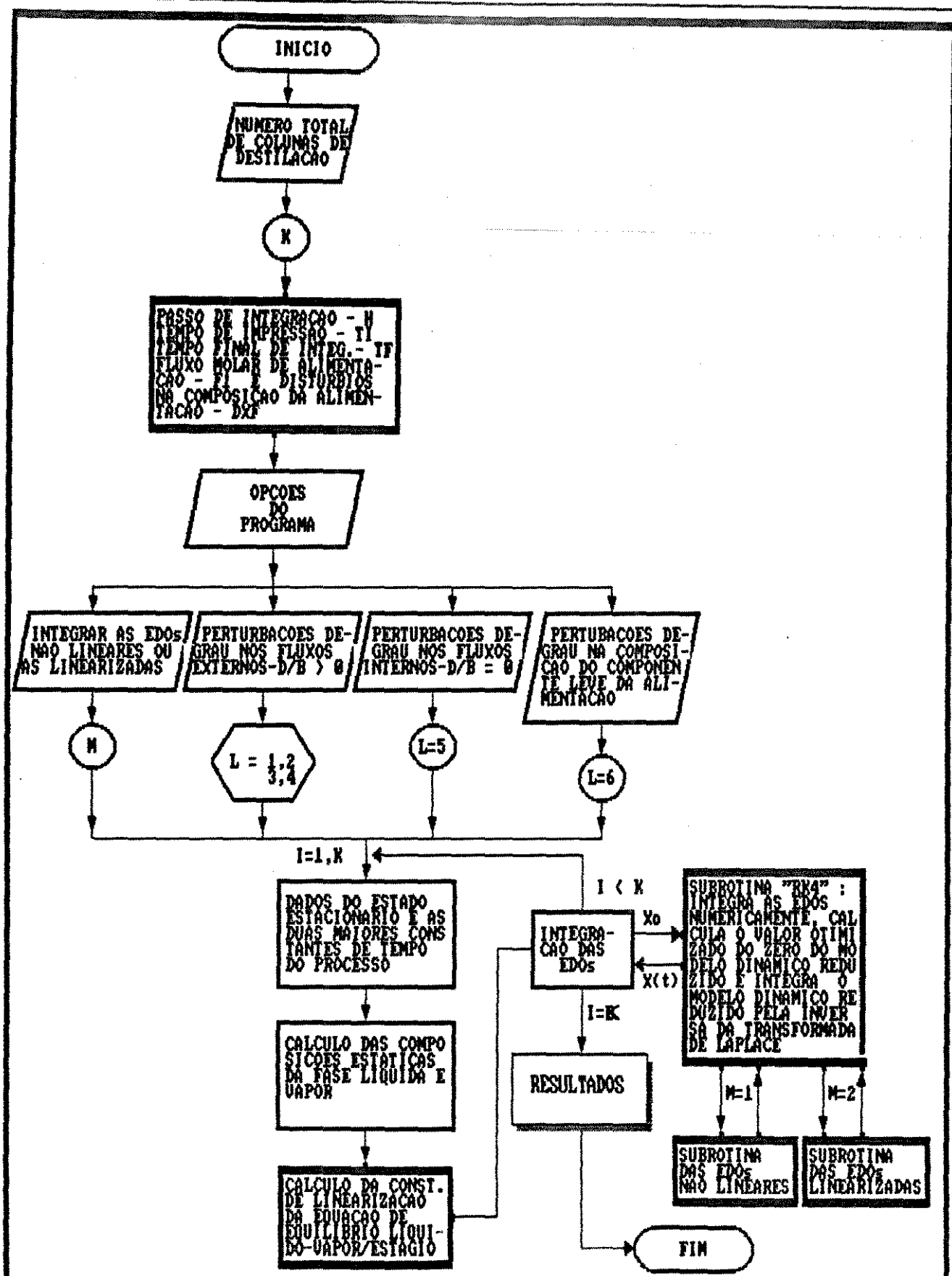
$\tau_{20} = -1/\epsilon_2(A)$ [min];

$\epsilon_1(A)$ e $\epsilon_2(A)$ = são os dois menores valores próprios - "eigenvalue" - da matriz $A(\epsilon_1(A) < \epsilon_2(A))$;

τ_1 e τ_2 = são as constantes de tempo em minutos, para pequenas perturbações nos fluxos externos e internos, respectivamente, obtidas pelas equações propostas por Skogestad e Morari[7] .

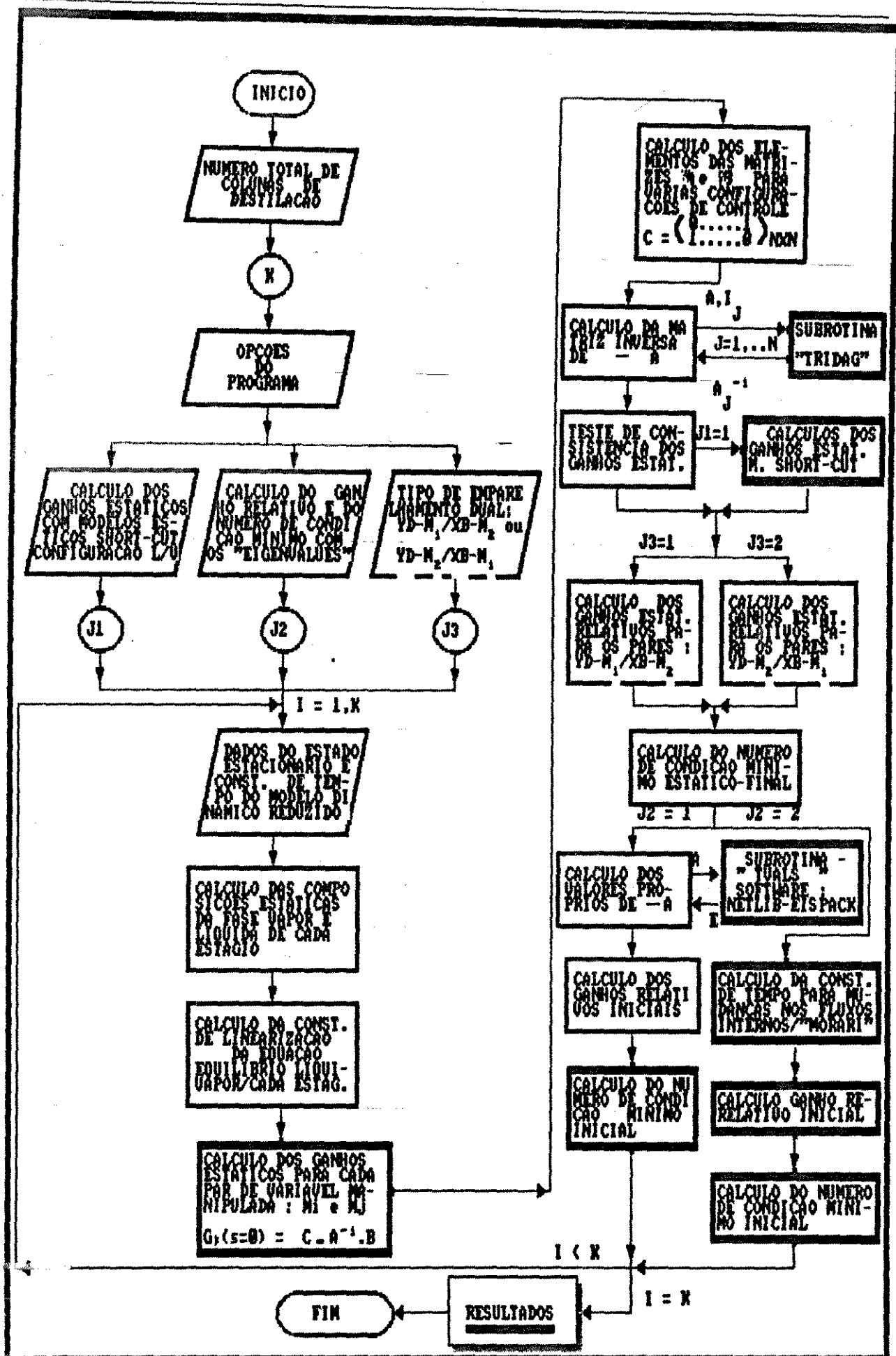
Observação : As constantes de tempo τ_{10} e τ_{20} são as duas maiores constantes de tempo do modelo dinâmico de ordem elevada, resultante da transformada de Laplace [5,6] das equações diferenciais ordinárias linearizadas, obtidas, anteriormente, para as colunas de destilação da tabela 1 .

ANEXO 2.



ANEXO 2 : FLUXOGRAMA DO CALCULO DO PERFIL DINAMICO DE YD E XB, ATRAVES DO MODELO RIGOROSO E DO MODELO REDUZIDO, E DO ZERO OTIMIZADO DO MODELO DINAMICO REDUZIDO .

ANEXO 3.



ANEXO 3 : FLUXOGRAMA DO CALCULO DOS GANHOS ESTATICOS, GANHOS RELATIVOS E NUMERO DE CONDICAO, INICIAIS E FINAIS, PARA DETERMINADAS CONFIGURACOES DE CONTROLE, E CALCULO DOS VALORES PROPRIOS DE UMA MATRIZ TRIDIAGONAL NAO SIMETRICA.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - Newell, R. B.; Lee, P. L. ; " Applied Process Control "; Prentice-Hall of Australia; Brookvale, NSW, Australia, 1988 .
- 2 - Hougen, J. O. ; " Measurement and Control Applications "; 2d ed., ISA, Research Triangle Park, NC, 1979 .
- 3 - Seborg, D.E. ; " Process Dynamics and Control "; John Wiley & Son Inc., 1989.
- 4 - Hughart, C. L. ; Kominek, K. W. ; " Designing Distillation Units for Controllability "; Instrum. Technol., 24 (5), 71, 1977 .
- 5 - Churchill, R. V. ; " Operational Mathematics "; McGraw-Hill, New York, 1972 .
- 6 - Nixon, F. E. ; " Handbook of Laplace Transformation - Fundamental Applications, Tables and Examples "; Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1965 .
- 7 - Skogestad, S. ; Morari, M. ; IEC Res., vol. 27, 1988, pp-1848-1862 .
- 8 - Smith, B. T. , et al. ; " Matrix Eigensystem Routines - EISPACK Guide", 2nd ed., vol. 6 of Lecture Notes in Computer Science, New York : Springer-Verlag, 1976 .
- 9 - Shinskey, F.G. ; " Distillation Control for Productivity and Energy Conservation "; McGraw-Hill Inc., 1977 .
- 10 - Douglas, J.M. ; Jafarey, A. ; McAvoy, T. J. ; I.E.C. Process Des. Dev., vol. 18, No.2, 1979, pp-197-202.
- 11 - Smith, B. D. ; " Design of Equilibrium Stage Processes "; McGraw-Hill, New-York, 1963 ,pp. 296-299.
- 12 - Jafarey, A. ; MacAvoy, T.J. ; I.S.A. Transactions, vol 19, No 4, 1980, pp-89.

- 13 - Smith, B. D.; "Design of Equilibrium Stage Processes "; McGraw - Hill, New-York, 1963 , pp. 155-158 .
- 14 - Shinskey, F. G. ; " Distillation Control "; 2d ed. McGraw-Hill, New York, 1984, pp. 178-186 .
- 15 - Skogestad, S.; Morari, M.; I.C.E. Symposium Series, No. 104, 1987, pp-a71.
- 16 - Gilliland, E. R. ; Ind. Eng. Chem., vol 32, 1940, - pp-1220 .
- 17 - Shinskey, F. G. ; " Distillation Control for Productivity and Energy Conservation, McGraw-Hill Inc., 1977, pp. 43-45 .
- 18 - Eduljee, H. E.; " Equations Replace Gilliland Plot "; Hydrocarbon Process. , september, 1975, pp 120 .
- 19 - Luyben, W. L. ; " Steady-State Energy Conservation Aspects of Distillation Column Control System Design"; Ind. Eng. Chem. Fundam. , vol 14 , No. 4, 1975, pp. 321-325 .
- 20 - Underwood, A. J. V. ; Chem. Eng. Progr. , 44, 1948, pp 603 .
- 21 - Kister, H. Z. ; Doig, I. D. ; " Distillation Pressure Ups Thruput "; Hydrocarbon Process., July, 1977, pp-132 .
- 22 - Levy, R. E.; Foss, A. S.; Grens II, E. A.; " Response Modes of a Binary Distillation Columns "; Ind. Engng. Chem. Fundam., vol. 8, 1969, pp-765 .
- 23 - Rademaker, O. ; Rijnsdorp, J. E. ; Maarleveld, A. ; " Dynamics and Control of Continuous Distillation Units " ; Elsevier : Amsterdam, 1975 .

-
- 24 - Skogestad, S.; Morari, M.; " The Dominant Time Constant for Distillation Columns "; Comput. Chem. Engng., vol 11, No 6, 1987, pp. 607-617 .
- 25 - Bristol, E. H. ; IEEE Trans. Autom. Control- 133, 1966, AC-11 .
- 26 - Grosdidier, P. ; Morari, M. ; " Closed-Loop Properties from Steady-State Gain Information "; Ind. Eng. Chem. Fundam., Vol 24, 1985, pp. 221-235 .
- 27 - Johnson, L. W.; RYess, R. D. ; " Numerical Analysis "; Addison-Wesley Publishing Co. : Reading IA, 1977, pp. 40-41.

NOMENCLATURA

A = matriz tridiagonal dos coeficientes da fração molar do componente leve na fase líquida nas equações diferenciais ordinárias - EDOs - linearizadas

$a_{i,j}$ = elementos de A

B = fluxo de produto de fundo em kmol/min

B = matriz dos coeficientes das variáveis manipuladas das equações diferenciais ordinárias linearizadas

$b_{i,j}$ = elementos de B

B^* = Valor da variável controlada medido (para uso no controlador)

C_i^* = variável controlada " i "

D = fluxo molar de destilado em kmol/min

E_i = sinal do erro da malha " i " de controle feedback

F = Fluxo molar da alimentação igual a 1 kmol/min para todas colunas

$\tilde{G}(s)$ = matriz das funções de transferência do processo

$\tilde{G}(0)$ = matriz dos ganhos estáticos do processo

\tilde{G}_c = função de transferência do controlador feedback

g_{ij} = ganho estático da variável controlada C_i em relação a variável manipulada M_j

\tilde{G}_M = função de transferência do sensor e do transdutor da variável controlada

\tilde{G}_{OL} = função de transferência da malha de controle feedback aberta

\tilde{G}_p = função de transferência do processo

\tilde{G}_z = função de transferência do distúrbio

\tilde{G}_v = função de transferência da válvula

L = influxo de líquido no topo da coluna em kmol/min

K_c = ganho do controlador feedback

K_f = ganho do controlador feedforward estático

K_M = ganho estático de \tilde{GM}

K_p = ganho estático de X_1 em relação a V da malha de controle feedforward

K_Z = ganho estático de X_1 em relação a Z da malha de controle feedforward

M = magnitude da perturbação degrau

M_B = holdup do retervedor em kmol

M_D = holdup do condensador em kmol

M_i = holdup em cada estágio em kmol

M_i^* = variável manipulada " i "

N = número de estágios da coluna de destilação incluindo o retervedor

N_F = número do estágio da alimentação

N_C = número da coluna teste

N_m = número de estágios mínimo da coluna de destilação

P^* = sinal de saída do controlador feedback

P_t = pressão do topo da coluna de destilação

Q_c = calor retirado no condensador em Kcal/kmol

R^* = valor especificado para a variável controlada - set point

\bar{R}^* = set point interno

R_m = refluxo mínimo da coluna de destilação dado pela equação de Underwood [20]

s = variável do domínio de Laplace

t_f = tempo final de integração das EDOs em minutos

U = matriz das variáveis manipuladas

$U = U_b$ = fluxo de vapor produzido pelo retervedor em kmol/min

- V_R = volatilidade relativa
 U_t = fluxo de vapor no topo da coluna em kmol/min
 X = matriz das frações molares da fase líquida em cada estágio
 X_B = fração molar do componente leve no produto de fundo
 X_1^* = variação na variável controlada devido ao distúrbio em Z
 X_2^* = variação na variável controlada devido a mudanças na
 variável manipulada
 Y = matriz das variáveis controladas
 Y_D = fração molar do componente leve no destilado

LETRAS GREGAS

- τ_1 = constante de tempo em minutos referente à perturbação de grau nos fluxos externos
 τ_2 = constante de tempo em minutos referente à perturbação de grau nos fluxos internos
 $-1/\tau_{n1}$ e $-1/\tau_{n3}$ = zeros dos modelos dinâmicos reduzidos referentes à perturbação de grau em M_1^*
 $-1/\tau_{n2}$ e $-1/\tau_{n4}$ = zeros dos modelos dinâmicos reduzidos referentes à perturbação de grau em M_2^*
 λ = taxa de variação no fluxo de líquido em cada estágio devido a variação U , mantendo holdup constante
 τ_D = constante de tempo do reator (M^0/L^3)
 τ_C = constante de tempo do condensador (M^0/U_t)
 τ_L = taxa de variação no holdup devido a variações em L , mantendo U constante

- τ_p = constante de tempo do controle de pressão do topo da coluna
- τ_i = constante de tempo da ação integral do controlador feedback
- τ_d = constante de tempo da ação derivativa do controlador feedback
- $\lambda_{ij}(t=\infty)$ = ganho relativo estático da variável controlada C_i em relação a variável manipulada M_j
- $\lambda_{ij}(t=0)$ = ganho relativo inicial da variável controlada C_i em relação a variável manipulada M_j
- $\gamma_{11}^*(t=\infty)$ = número de condição mínimo final para a configuração de controle C_1-M_1/C_2-M_2
- $\gamma_{11}^*(t=0)$ = número de condição mínimo inicial para a configuração de controle C_1-M_1/C_2-M_2

SUBSCRITOS

- B = produto de fundo ou fundo da coluna
- D = produto de topo ou topo da coluna
- i = número do estágio ou variável controlada ou manipulada escolhida
- j = variável controlada ou manipulada escolhida
- T = topo da coluna